ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 08.12.2023.

VI РАЗРЕД

1. Израчунај збир $x + y$ ако је

$$x-\left(\frac{3}{2}-0{,}25\right):\left(\frac{5}{4}-1{,}125\right)=1 \quad \text{и} \quad y-\left(\frac{1}{2}-0{,}25\right):\left(\frac{5}{4}-1{,}125\right)=1.$$

2. Унутрашњи углови троугла су α, β и γ. Одреди мере ових углова ако је $\alpha+\beta=110°$ и $\beta+\gamma=108°$.

3. Одреди све просте бројеве p и q за које важи $23p + 3q = 2023$.

4. Дешифруј сабирање (различита слова представљају различите цифре, а иста слова исте цифре)

$$\overline{СУНЦЕ}+\overline{МЕСЕЦ}=35688$$

ако је $\overline{СУНЦЕ}$ петоцифрени број дељив бројевима 4 и 5, а $\overline{МЕСЕЦ}$ петоцифрени број дељив бројем 8.

5. У троуглу ABC симетрале углова $\sphericalangle ABC$ и $\sphericalangle BAC$ секу наспрамне странице AC и BC у тачкама B_1 и A_1, редом. Ако је $\sphericalangle BB_1A = 95°$ и $\sphericalangle AA_1B = 97°$, поређај по дужини, од најкраће до најдуже, странице троугла ABC.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

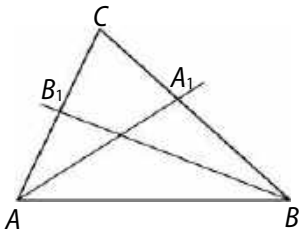
1. (**МЛ 57/2**) Решења постављених једначина су $x = 11$ [**9 бодова**] и $y = 3$ [**9 бодова**]. Тражена вредност збира је $x + y = 14$ [**2 бода**].

2. (**МЛ 58/1**) Како је $\alpha+\beta+\gamma=180°$ [**2 бода**], то је $\gamma = (\alpha+\beta+\gamma) - (\alpha+\beta) = 180° - 110° = 70°$ [**6 бодова**], $\alpha = (\alpha+\beta+\gamma) - (\beta+\gamma) = 180° - 108° = 72°$ [**6 бодова**] и $\beta = (\alpha+\beta) - \alpha = 110° - 72° = 38°$ [**6 бодова**].

3. (**МЛ 57/4**) Збир два природна броја је непаран ако је један од њих паран, а други непаран. Како је 2023 непаран број, то или $23p$ или $3q$ мора бити паран [**4 бода**]. Једини паран прост број је 2 [**2 бода**]. Ако је $p = 2$ добијамо $q = 659$ [**6 бодова**] који јесте прост број јер није дељив ниједним простим бројем мањим од 26 [**2 бода**]. Ако је $q = 2$, онда је $p=\frac{2017}{23}$. Како p није природан број, у овом случају немамо решења [**6 бодова**]. Дакле једино решење је $p = 2$ и $q = 659$.

4. Како је $\overline{СУНЦЕ}$ број дељив и са 4 и са 5, то је $Е = 0$ [**3 бода**], а заменом $Е$ са 0 добијамо да је $Ц = 8$ [**3 бода**]. Како је број дељив бројем 8 ако му је троцифрени завршетак дељив са 8, то је $С = 2$ [**5 бодова**] јер је $С < 3$. Заменом добијамо $\overline{2УН80}+\overline{М0208}=35688$. Одавде следи да је $У = 5$, $Н = 4$ и $М = 1$ [свако тачно дешифровано слово **по 3 бода**].

5. Нека су унутрашњи углови троугла α, β и γ.



По услову задатка је $\frac{\alpha}{2}+\beta=83°$ и $\alpha+\frac{\beta}{2}=85°$ [**5 бодова**]. Сабирањем левих и десних страна једнакости добијамо $\frac{3}{2}(\alpha+\beta)=168°$ [**5 бодова**], одакле је $\alpha+\beta=112°$ и $\gamma=68°$.
Збир углова у троугловима AA_1C и BB_1C је 180°, па је $\alpha = 58°$ и $\beta = 54°$ [**8 бодова**]. Како је $\beta < \alpha < \gamma$, то је $AC < BC < AB$ [**2 бода**].