

Друштво математичара Србије

51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

Јагодина, 21.04.2018.

7. разред

1. Колико има петоцифрених природних бројева палиндрома  $x$ , таквих да је и  $3x$  такође петоцифрени палиндром? [Број је палиндром ако се исто чита слева удесно као и сдесна улево.]
2. Нека је  $A_1A_2 \dots A_{12}$  правилни дванаестоугао,  $D$  и  $E$  подножја висина из темена  $A_8$  и  $A_1$ , редом, троугла  $A_1A_5A_8$ . Означимо са  $M$  подножје нормале из тачке  $D$  на  $A_1A_8$ . Докажи да је  $A_1M = A_8E$ .
3. Нека је  $k(O, r)$  полукружница над дужи  $AB$  као пречником. Кружница  $k_1(O_1, r_1)$  додирује пречник  $AB$  у његовом средишту и полукружницу  $k$ . Кружнице  $k_2(O_2, r_2)$  и  $k_3(O_3, r_3)$  додирују полукружницу  $k$ , пречник  $AB$  и кружницу  $k_1$ . Докажи да су тачке  $O$ ,  $O_2$ ,  $O_1$  и  $O_3$  темена ромба.
4. Одреди све реалне бројеве  $a$  такве да су бројеви  $a + \sqrt{15}$  и  $\frac{1}{a} - \sqrt{15}$  цели.
5. На табли су написана 24 различита природна броја не већа од 50. Докажи да међу њима постоје два чији је збир дељив са 7.

Сваки задатак вреди 20 поена

Време за рад је 180 минута