ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.

VI РАЗРЕД

1. Израчунај вредности израза *a, b, c, d* и *e*, и поређај их по величини од најмање до највеће вредности, ако је:

$$a = -1 - |-2|, \quad b = |a - 1|, \quad c = |a - b|,$$
$$d = |a| - |b| - |c|, \quad e = |a + b + c + d|.$$

2. Када од једног броја одузмемо његових $\frac{5}{8}$, а затим одузмемо $\frac{5}{6}$ од остатка и на крају одузмемо 10 остаје 0. Који је то број?

3. Нацртај квадрат *ABCD*, па конструиши тачку *O* на страници *AB* и тачку *T* на страници *CD* тако да је $AO = \frac{1}{4}AB$ и $CT = \frac{1}{4}CD$. Конструиши фигуру осносиметричну квадрату *ABCD* у односу на праву *OT*.

4. Израчунај мере оштрих углова правоуглог троугла ако је један од њих пет пута већи од другог, а затим израчунај меру оштрог угла који граде симетрале оштрих углова тог правоуглог троугла.

5. Одреди све могућности за цифре *x*, *y* и *z* тако да је број $\overline{x2y3z4}$ дељив са 72.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

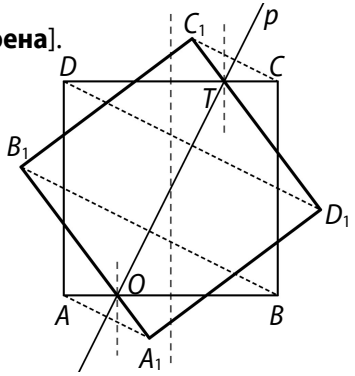
VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. $a = -1 - |-2| = -3$ [**2 поена**], $b = |a - 1| = |-3 - 1| = 4$ [**4 поена**], $c = |a - b| = |-3 - 4| = 7$ [**4 поена**], $d = |a| - |b| - |c| = |-3| - |4| - |7| = -8$ [**4 поена**] и $e = |a + b + c + d| = |-3 + 4 + 7 - 8| = 0$ [**4 поена**]. Коначно,

$$d < a < e < b < c$$ [**2 поена**].

2. (**МЛ 55-4**) Означимо непознати број са *x*. Ако од *x* одузмемо његових $\frac{5}{8}$ остају $\frac{3}{8}x$ [**5 поена**]. Ако од овог остатка одузмемо његових $\frac{5}{6}$ остаје $\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{8}x = \frac{1}{16}x$ [**5 поена**]. Ако од овога одузмемо 10 добијамо 0, па имамо да је $\frac{1}{16}x - 10 = 0$ [**5 поена**], одакле је $x = 160$ [**5 поена**].



3. (**МЛ 56-1**) Тачно конструисане тачке *O* и *T* **по 3 поена**. Тачно одређена оса симетрије **2 поена**. Свако тачно пресликано теме квадрата по **3 поена**.

4. (**МЛ 57-1**) Збир оштрих углова правоуглог троугла је $\alpha + \beta = \alpha + 5\alpha = 6\alpha = 90°$. Један оштар угао је $\alpha = 15°$, а други је $\beta = 75°$ [**10 поена**]. Угао између симетрала оштрих углова налазимо из једначине $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \varphi = 180°$. Сада је $\varphi = 135°$ [**8 поена**], а мера оштрог угла између симетрала је 45° [**2 поена**].

5. (**МЛ 55-1**) Број је дељив са 72 ако је дељив и са 8 и са 9. Број је дељив са 8 ако је троцифрени завршетак дељив са 8, па $8 \mid \overline{3z4}$, одакле је $z \in \{0, 4, 8\}$. У зависности од *z* разматраћемо дељивост збира $9 + x + y + z$ са 9 и у зависности од могућих вредности за *x* и *y* одредићемо тражене вредности.

z	*x* + *y*										
0	9 или 18	*x*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
		y	8	7	6	5	4	3	2	1	0	9
4	5 или 14	*x*	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9
		y	4	3	2	1	0	9	8	7	6	5
8	1 или 10	*x*	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		y	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Задатак има 30 решења. За свака 3 тачна решења по 2 поена.