

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
02.03.2013 - VIII РАЗРЕД

1. Реши једначину $|5x - 4x + 3x - 2x + |x|| = 2013$.
2. Дате су две једнаке праве призме, чије основе су једнакокраки правоугли троуглови са катетама од 5cm. Висине призми су по 10cm. Колико различитих тространих и четвоространих призми можемо да саставимо од те две једнаке призме? Која од њих има највећу површину?
3. Одреди најмањи природан број који је дељив са 12 и који има 12 делилаца.
4. Нека је T тежиште троугла ABC , а B_1 тачка у којој права BT сече AC . Израчунај површину троугла ABC ако је површина троугла B_1TC једнака 3.
5. Датуми се често записују овако: 22.06.2008, 04.11.1936. Ако су при томе све цифре парне, кажемо да је то паран датум. На пример, последњи паран датум другог миленијума био је 28.08.2000. Одреди број парних датума у трећем миленијуму.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Ако је $x \geq 0$ имамо: $|5x - 4x + 3x - 2x + |x|| = |5x - 4x + 3x - 2x + x| = |5x - 4x + 3x - 3x| = |5x - 4x| = |x| = x$. Па је $x = 2013$ (10 поена).

Ако је $x < 0$ имамо:

$$|5x - 4x + 3x - 2x + |x|| = |5x - 4x + 3x - 2x - x| = |5x - 4x + 3x - x| = |5x - 4x + 3x + x| = |5x - 4x + 4x| =$$

$$|5x - 4x - 4x| = |5x| = -5x. \text{ Сада је } -5x = 2013, x = -\frac{2013}{5} \text{ (10 поена).}$$

2. (МЛ46-3) Можемо да саставимо 4 различите призме: тространа висине 20cm чија је основа једнакокрако-правоугли троугао (2 поена) па је површина $(225 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$ (2 поена); четворострана висине 10cm чија је основа квадрат (2 поена) па је површина 250cm^2 (2 поена); четворострана висине 10cm чија је основа паралелограм (2 поена) па је површина $(150 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$ (2 поена); тространа висине 10cm чија је основа једнакокрако-правоугли троугао катете $5\sqrt{2}\text{cm}$ (2 поена) па је површина $(150 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$ (2 поена). Највећу површину има тространа призма висине 20 cm (4 поена).

3. (МЛ46-5) Бројеви дељиви са 12 су: 12, 24, 36, 48, 60, Број 12 има 6 делилаца (3 поена), 24 има осам (3 поена), 36 има девет (3 поена), 48 има десет (3 поена), а 60 има дванаест и то су: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 и 60. Дакле, тражени број је 60 (8 поена).

4. Ако је површина $P(B_1TC) = 3$, онда је $P(B_1BC) = 9$ (5 поена) јер је $3TB_1 = B_1B$ и одговарајуће висине су им једнаке (5 поена). Даље је $P(ABC) = 2P(B_1BC) = 18$ (5 поена) јер је $AC = 2B_1C$ и одговарајуће висине су им једнаке (5 поена).

5. У току једне године постоје 4 парна месеца (02, 04, 06 и 08) (4 поена). У једном месецу постоји 9 парних датума (02, 04, 06, 08, 20, 22, 24, 26 и 28) (4 поена). У трећем миленијуму постоје 124 парне године $(5 \cdot 5 \cdot 5 - 1)$ (4 поена). Према томе, укупан број парних датума је $124 \cdot 9 \cdot 4 = 4464$ (8 поена).