

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа

21.03.2021.

VI разред

- Одреди рационалан број са имениоцем 7 који је мањи од $-\frac{5}{19}$, а већи од $-\frac{6}{19}$.
- Филип је написао неколико различитих природних бројева чији је збир једнак 100, користећи при томе само две различите цифре. Колико је највише бројева могао да напише Филип?
- У једној кутији се налазе куглице плаве, зелене и црвене боје. Познато је да је потребно да се извуче 11 куглица да бисмо били сигурни да се међу њима налазе куглице све три боје. Потребно је да се извуче 10 куглица да међу њима буде бар једна куглица зелене боје. Да би се међу извученим куглицама налазила бар једна куглица црвене боје, потребно је да се извуче бар 8 куглица. Колико куглица плаве, колико црвене, а колико зелене боје има у кутији?
- Једно одељење је пошло на бициклическу туру. Прву паузу су направили када су прешли $\frac{2}{7}$ планираног пута. После 54 km поново су направили паузу. Тада су прешли $\frac{7}{11}$ пута. Колико километара је износио планирани пут?
- Симетрала унутрашњег угла код темена А троугла ABC сече страницу BC у тачки D. Нека је E унутрашња тачка странице AB при чему је $\sphericalangle ADB = 94^\circ$, $\sphericalangle ACE = 38^\circ$ и $\sphericalangle CEB = 84^\circ$. Одредити која је најкраћа, а која најдужа страница троугла ABC.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- (МЛ 55/2) Из $-\frac{5}{19} > \frac{x}{7} > -\frac{6}{19}$ налазимо $-35 > 19x > -42$ [10 поена], одакле следи да је $x = -2$, па је тражени број $-\frac{2}{7}$ [10 поена].
- Постоји 6 бројева мањих од 100 у чијем се запису користе две различите цифре a и b : $a, b, \overline{aa}, \overline{ab}, \overline{ba}, \overline{bb}$ [3 поена]. Њихов збир је $a + b + (10a + a) + (10a + b) + (10b + a) + (10b + b) = 23 \cdot (a + b)$, па не може бити једнак 100 јер број 100 није дељив са 23 [5 поена]. Дакле, Филип није могао да напише 6 бројева [4 поена]. Пет бројева је могао да напише јер је, на пример, $1 + 6 + 11 + 16 + 66 = 100$ [8 поена].
- Нека је p број плавих, z број зелених, а c број црвених куглица. Како се међу 8 извучених куглица налази 1 црвена, то је $p + z = 7$ [4 поена]. Слично је $p + c = 9$ [4 поена]. Ако се међу 11 извучених куглица налазе куглице све три боје, онда их међу 10 не мора бити, тј. свих 10 могу бити у две боје, то је $c + z = 10$ [6 поена]. Сабирајући ове једнакости добијамо $p + z + c = 13$ [3 поена], па је $p = 3, z = 4$ и $c = 6$ [3 поена].
- Нека је x дужина планираног пута. Из $(\frac{7}{11} - \frac{2}{7}) \cdot x = 54$ [8 поена], добијамо $\frac{27}{77} \cdot x = 54$ [6 поена], па је $x = 154$ km [6 поена].
- Из троугла AEC налазимо да је $\alpha + 38^\circ = 84^\circ$, па је $\alpha = 46^\circ$ [8 поена]. Из троугла ABD добијамо $\beta = 180^\circ - (94^\circ + \frac{\alpha}{2}) = 63^\circ$ [4 поена], а из троугла ABC је $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 71^\circ$ [4 поена]. Дакле, најкраћа је страница BC, а најдужа AB [4 поена].

