

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа

21.03.2021.

V разред

1. За сва дечија обданишта у једном граду треба обезбедити дневно 120 kg поморанџи, 260 kg банана и 380 kg јабука.
а) Колико највише обданишта може да постоји у том граду ако се у свако распоређује по иста количина од сваке врсте воћа (Број килограма сваке распоређене врсте воћа је природан број)?
б) Колико лимуна треба обезбедити за сва та обданишта ако се троши пет пута мање лимуна него поморанџи и јабука укупно?
2. Угао α је већи од свог комплементног угла тачно за онолико за колико је мањи од свог суплементног угла. Израчунати угао α .
3. Један пешчани сат мери 10 минута (пресипање песка из једног у други део траје 10 минута), а други 7 минута. Како се коришћењем ова два сата може измерити 23 минута?
4. Ана је записала све бројеве дељиве са 2 од 2 до 2022, редом један за другим без раздвајања. Која цифра се налази на 2021. месту?
5. Одреди највећи заједнички делилац за бројеве $n = 111111$ (6 јединица) и $m = 111111111$ (9 јединица).

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 55/2) а) Како је НЗД(120, 260, 380) = 20 [4 поена], то у граду највише може да буде 20 обданишта [6 поена].
б) Поморанџи и јабука укупно се троши 500 kg, па је потребно обезбедити $500 \text{ kg} : 5 = 100 \text{ kg}$ лимуна дневно [10 поена].
2. Из $\alpha - (90^\circ - \alpha) = (180^\circ - \alpha) - \alpha$ [8 поена] добијамо $2\alpha - 90^\circ = 180^\circ - 2\alpha$ [5 бодова], тј. $4\alpha = 270^\circ$ [5 поена], одакле је $\alpha = 67^\circ 30'$ [2 поена].
3. Једно решење је следеће: Истовремено се покрену оба сата, па се после 7 минута зауставе (када истекне песак из мањег сата). У већем сату је преостало песка за 3 минута. Тражено време се мери тако што прво пустимо преостала 3 минута да истекну из већег сата, а затим још 2 пута се измери по 10 минута већим сатом [20 поена].
4. Једноцифрени парни бројеви заузели су 4 места у низу [1 поен], двоцифрени парни заузели су $45 \cdot 2 = 90$ места [2 поена], а троцифрени парни $450 \cdot 3 = 1350$ места [2 поена]. Дакле, ови бројеви укупно су заузели $4 + 90 + 1350 = 1444$ места [2 поена]. До 2021. места потребно је исписати још $2021 - 1444 = 577$ цифара. Како је $577 = 4 \cdot 144 + 1$, то се помоћу њих може написати 144 парних четвороцифрених бројева [7 поена], а на 2021. месту биће прва цифра 145. парног четвороцифреног броја. Како је 145. парни четвороцифрени број 1288, то је тражена цифра 1 [6 поена].
5. Имамо да је $n = 111 \cdot 1001$ и $m = 111 \cdot 1001001$, па је 111 заједнички делилац бројева n и m [10 поена]. Како је $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ и како број 1001001 није дељив ни са једним од ових бројева, то је $\text{НЗД}(n, m) = 111$ [10 поена].