

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа

12.03.2022.

V разред

- Углови α и β су суплементни, а углови β и γ комплементни. Збир углова α и γ је 123° . Израчунај углове α , β и γ .
- Колико има трочланих подскупова скупа
$$A = \left\{ \frac{1}{11}, \frac{2}{11}, \frac{3}{11}, \frac{4}{11}, \frac{5}{11}, \frac{6}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{9}{11}, \frac{10}{11} \right\}$$
у којима је збир најмањег и највећег елемента једнак 1?
- Вања је замислила три броја. НЗД првог и другог броја је 12, првог и трећег 8, а другог и трећег 20. Који су најмањи природни бројеви које је она могла да замисли?
- Укупно 24 особе поделиле су 48 кроасана. Свако дете добило је по 8 кроасана, свака жена по 2, а сваки мушкарац по 1 кроасан. Колико је било деце, колико жена, а колико мушкараца који су поделили кроасане, ако је свако добио бар по један кроасан? Одреди сва решења.
- Одреди све просте бројеве a , b и c такве да је
$$4a + 5b + 6c = 96.$$

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложи.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- Из услова задатка је $\alpha + \beta = 180^\circ$, $\beta + \gamma = 90^\circ$ и $\alpha + \gamma = 123^\circ$. Ако саберемо леве и десне стране једнакости и потом поделимо са 2, добијамо да је $\alpha + \beta + \gamma = 196^\circ 30'$ [8 бодова]. Одузимањем прве три једнакости од добијене добијамо да је $\gamma = 16^\circ 30'$ [4 бода], $\alpha = 106^\circ 30'$ [4 бода] и $\beta = 73^\circ 30'$ [4 бода].
- Најпре одредимо парове разломака (најмањи и највећи), чији је збир 1. То су: $\left(\frac{1}{11}, \frac{10}{11}\right), \left(\frac{2}{11}, \frac{9}{11}\right), \left(\frac{3}{11}, \frac{8}{11}\right), \left(\frac{4}{11}, \frac{7}{11}\right), \left(\frac{5}{11}, \frac{6}{11}\right)$ [5 бодова]. У подскупу са првим паром може бити 8 разломака [2 бода], са другим паром 6 [2 бода], са трећим 4 [2 бода], са четвртим 2 [2 бода], а ниједан разломак са последњим паром [2 бода]. Дакле, укупно има $8 + 6 + 4 + 2 = 20$ подскупова [5 бодова].
- Нека су тражени бројеви a , b и c . Тада је $\text{НЗД}(a, b) = 12$, $\text{НЗД}(a, c) = 8$ и $\text{НЗД}(b, c) = 20$, па мора да важи: $12 \mid a$ и $8 \mid a$ [3 бода]; $12 \mid b$ и $20 \mid b$ [3 бода]; $8 \mid c$ и $20 \mid c$ [3 бода]. Како тражимо најмање вредности бројева a , b и c , следи да је $a = \text{НЗС}(12, 8) = 24$ [4 бода], $b = \text{НЗС}(12, 20) = 60$ [4 бода] и $c = \text{НЗС}(8, 20) = 40$ [3 бода].
- Означимо са D број деце, са Z број жена и са M број мушкараца. Како је $8D + 2Z + M = 48$ и $D + Z + M = 24$, одузимањем левих и десних страна једнакости добијамо да је $7D + Z = 24$ [8 бодова]. Заменом вредности за D у овој једнакости са 1, 2 и 3 добијамо следећа решења: $D = 1, Z = 17, M = 6$ [4 бода], $D = 2, Z = 10, M = 12$ [4 бода] и $D = 3, Z = 3, M = 18$ [4 бода].
- (МЛ 54/5) Како су бројеви $4a$, $6c$ и $9b$ парни, то је $b = 2$ [5 бодова]. Полазна једнакост постаје $4a + 6c = 86$, односно $2a + 3c = 43$ [2 бода]. Како је $2a \geq 4$, то је $3c \leq 39$, тј. $c \leq 13$ [5 бодова], па је $c \in \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$. Директном провером добијамо да су решења: $c = 3, a = 17$ [2 бода]; $c = 7, a = 11$ [2 бода]; $c = 11, a = 5$ [2 бода]; $c = 13, a = 2$ [2 бода].