

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
28.02.2021.

VIII разред

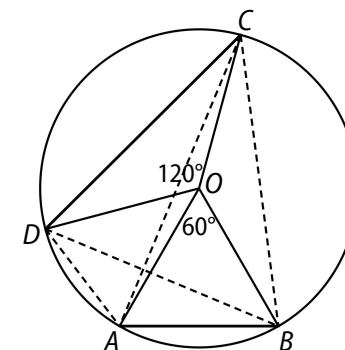
1. Реши једначину:  $\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} x - 1 \right) - 1 \right) - 1 \right) - 1 = 2$ .
2. Ако се неки број подели другим бројем, добије се количник 2 и остатак 5. Ако се збир тих бројева подели њиховом разликом, добије се количник 2 и остатак 7. Колики је збир тих бројева?
3. Дате су дужи  $AB$  и  $CD$ . Дуж  $AB$  види се из тачака  $C$  и  $D$  под углом од  $30^\circ$ . Дуж  $CD$  види се из тачака  $A$  и  $B$  под углом од  $60^\circ$ . Израчунај дужину дужи  $AB$  ако је дужина дужи  $CD = 10\sqrt{3}$  cm.
4. Реши једначину  $|x + |2x - |3x|| = 2021$ .
5. Паралелне праве  $a$  и  $b$  су мимоилазне са правом  $c$ . Тачке  $A$ ,  $B$  и  $C$  припадају редом правим  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Колико највише равни одређују ове три праве и три тачке?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.  
Израда задатака траје 120 минута.  
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 54/1)  $x = 62$  [20 поена].
2. (МЛ 54/5) Означимо делилац са  $x$ . Тада је дељеник једнак  $2x + 5$  [6 поена]. Збир ових бројева је  $3x + 5$ , а разлика  $x + 5$ , па важи  $3x + 5 = 2(x + 5) + 7$  [6 поена]. Одавде је  $x = 12$  [6 поена], па је тражени збир  $3x + 5 = 41$  [2 поена].
3. Како се дуж  $AB$  види из тачака  $C$  и  $D$  под истим углом, то све четири тачке  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  припадају једној кружници [5 поена]. Централни углови  $AOB$  и  $COD$  су  $\sphericalangle AOB = 2\sphericalangle ACB = 60^\circ$  и  $\sphericalangle COD = 2\sphericalangle CAD = 120^\circ$ , па је  $AB = r$  и  $CD = r\sqrt{3}$ , где је  $r$  полупечник круга описаног око четвороугла  $ABCD$  [10 поена]. Из  $r\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ , налазимо  $AB = r = 10$  cm [5 поена].



4. Посматрајмо два случаја:  
1°)  $x \geq 0$ . Једначина тада постаје  $|x + |2x - 3x|| = 2021$ , тј.  $|x + x| = 2021$ , одакле је  $x = \frac{2021}{2}$  [10 поена].  
2°)  $x < 0$ . Тада се добија  $|x + |2x + 3x|| = 2021$ , тј.  $|x - 5x| = 2021$  и  $-4x = 2021$ , па је друго решење  $x = -\frac{2021}{4}$  [10 поена].
5. Највише одређују 6 равни:  $a_1(a, b)$ ,  $a_2(a, C)$ ,  $a_3(b, C)$ ,  $a_4(A, c)$ ,  $a_5(B, c)$ ,  $a_6(A, B, C)$  [по 3 поена за сваку тачно записану раван. 20 поена ако су тачно наведене све равни].