Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

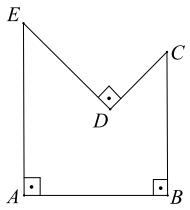
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

15.03.2008.

VII РАЗРЕД

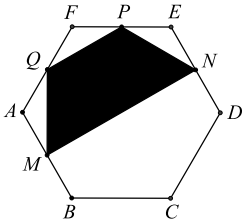
1. Ако је $x = \frac{1}{2},\ y = -\frac{1}{2}$, израчунај:
$$(x-y)^3 - (x-y^3) + (-x \cdot y^3) - (-x \cdot y)^3.$$

2. Наћи обим многоугла на слици ако је $AE = 13cm$, $BC = 7cm$, $ED = 8cm$ и $CD = 6cm$ и ако је $\measuredangle EAB = \measuredangle ABC = \measuredangle CDE = 90°$.



3. Ако је $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$, израчунај вредност израза
$$\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}.$$

4. Одреди однос површина правилног шестоугла $ABCDEF$ и четвороугла $MNPQ$ на слици ако су $M,\ N,\ P,\ Q$ средишта страница $AB,\ DE,\ EF,\ FA$.



5. Наћи просте троцифрене бројеве чији је производ цифара 252.

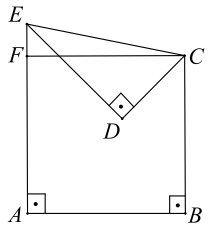
Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

VII РАЗРЕД

1. $\frac{27}{64}$ **(20 бодова).**

2.



Како је $EC = 10cm$ **(5 бодова)** и ако на AE означимо F тако да је $AF = BC$ то је $ABCF$ правоугаоник, а CEF правоугли троугао **(5 бодова).** Одавде закључујемо да је $AB = CF = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8cm$ **(5 бодова).** Дакле, $O_{ABCDE} = 8+7+6+8+13 = 42cm$ **(5 бодова).**

3. Из $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$ следи да је $x - y = 3$ **(8 бодова).** Сада је $\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{\sqrt{3} \cdot y}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - y) = \sqrt{3}$ **(12 бодова).**

4. Означимо страницу шестоугла $ABCDEF$ са a. Површина четвороугла $MNPQ$ једнака је половини површине правилног шестоугла чија су темена средишта страница шестоугла $ABCDEF$. Означимо страницу тог шестоугла са b. Тада је $b = QP = \frac{1}{2}AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ **(5 бодова)** (AE - краћа дијагонала правилног шестоугла). Дакле, тражени однос је

$$P_{ABCDEF} : P_{MNPQ} = \underbrace{\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}}_{\substack{\mathbf{5} \\ \mathbf{бодова}}} : \underbrace{\frac{3b^2\sqrt{3}}{4}}_{\substack{\mathbf{5} \\ \mathbf{бодова}}} = a^2 : \frac{3a^2}{8} = 8 : 3$$ **(5 бодова).**

5. Како је $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ **(5 бодова)**, видимо да цифре тог троцифреног броја могу бити $4,\ 9$ и 7 или $6,\ 6$ и 7 **(5 бодова).** Како су сви троцифрени прости бројеви непарни, то су решења неки од бројева $479,\ 497,\ 749,\ 947$ или 667 **(5 бодова).** Како $7 \mid 497$, $7 \mid 749$ и $23 \mid 667$ то су тражени прости бројеви 479 и 947 **(5 бодова).**