Друштво математичара и физичара Црне Горе
Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Црне Горе и Министарство просвете Србије
Задаци за Савезно такмичење из физике ученика основних школа школске 1995/96. год.
VIII разред

Обавезни задаци

1. Две проводне сфере пречника $D = 5mm$ и $d = 2.5mm$ спојене су непроводном опругом константе $k = 100N/m$ и дужине $\ell = 10cm$. Већој сфери доведено је наелектрисање Q, а затим су сфере спојене танком проводном нити. После успостављања равнотеже растојање између сфера износи $L = 10,5cm$. Наћи наелектрисање Q ако је опруга била неистегнута пре довођења наелектрисања. (Капацитет сфере износи $C = 4\pi\varepsilon_0 r$, где је r полупречник сфере; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$).

2. Три кондензатора капацитета C_1, C_2 и C_3 везана су редно на батерију напона U. Доказати да је укупна енергија електричног поља ова три кондензатора једнака енергији кондензатора, чији је капацитет једнак еквивалентном капацитету редне везе прва три кондензатора, прикљученог на исту такву батерију. (Енергија напуњеног кондензатора рачуна се по формули $E = \frac{1}{2}CU_c^2$, где ја C капацитет кондензатора, а U_c напон на кондензатору).

3. Електромотор једносмерне струје напајан из извора константног напона покреће малу дизалицу. Ако дизалица подиже неки терет кроз електромотор протиче струја $I_1 = 10A$ и при том развија механичку снагу $P_1 = 0,5kW$. Када се терет повећа мотор "повлачи" из извора струју $I_2 = 20A$ развијајући механичку снагу $P_2 = 0,8kW$. Одредити коефицијенте корисног дејства мотора η_1 и η_2 при датим вредностима струја, сматрајући да сви губици одлазе на Џулову топлоту. Колика струја ће протицати кроз мотор ако је терет толики да се ротор електромотора не може покренути?

4. Соленоид занемарљиве отпорности који има $n = 140$ навојака прикључен је на отпорник отпорности $R = 2,5\Omega$. Соленоид се налази у хомогеном магнетном пољу које је паралелно оси соленоида. При равномерној промени магнетне индукције за $\Delta B = 1T$ у току $\Delta t = 0,2s$ у стационарном стању на отпорнику се развија снага $0,4W$ Одредити полупречник соленоида.

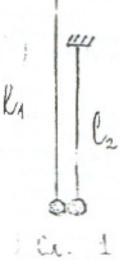
Изборни задаци

5а. Светла стрелица висине $P = 2cm$ налази се на растојању $p = 6cm$ од танког сабирног сочива жижне даљине $f = 9cm$. С друге стране сочива, у његовој жижној равни, постављено је равно огледало. Одредити положај коначног лика (рачунским путем и конструкцијом), његову природу и величину.

5б. Две идентичне мале еластичне куглице обешене су нитима различитих дужина. Тачке вешања распоређене су тако да се куглице у миру додирују (видети слику 1). Дужине нити су $l_1 = 1m$ и $l_2 = \frac{2}{3}l_1$. Уколико једну куглицу изведемо из равнотежног положаја за мали угао и пустимо, колико ће се судара десити за $t = 18s$ од момента пуштања те куглице?

Напомене: За убрзање Земљине теже узети $g = 10\,m/s^2$.
Сваки задатак носи 20 поена.
Прва четири задатка су обавезни задаци за све такмичаре, а пети задатак сами бирају (5а. или 5б.).

Задатке припремили: др Душанка Обадовић и Срђан Ракић
Рецензент: др Жељко Шкрбић



Сл. 1

Решења задатака за Савезно такмичење из физике ученика основних школа школске 1995/96. године

VIII разред

1. Нека је наелектрисана већа сфера. После спајања наелектрисање ΔQ пређе на мању и важи $\frac{Q-\Delta Q}{C_1} = \frac{\Delta Q}{C_2}$ - једнакост потенцијала. Следи $C_1 = 4\pi\epsilon_0\frac{D}{2} = 2\pi\epsilon_0 D$, $Q - \Delta Q == \Delta Q\frac{C_1}{C_2} = \Delta Q\frac{D}{d}$, $C_2 = 4\pi\epsilon_0\frac{d}{2} = 2\pi\epsilon_0 d$, $Q = \Delta Q\left(1+\frac{C_1}{C_2}\right) = \Delta Q\left(1+\frac{D}{d}\right)$. $F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(Q-\Delta Q)\Delta Q}{L^2} = k(L-l)$. $F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\frac{D}{d}\Delta Q^2}{L^2} = k(L-l)$, следи $\Delta Q = L\sqrt{4\pi\epsilon_0 k\frac{d}{D}(L-l)}$. $Q = \Delta Q\left(1+\frac{D}{d}\right) = L\sqrt{4\pi\epsilon_0 k\frac{d}{D}(L-l)}\left(1+\frac{D}{d}\right) = 1.7\,\mu C$. Ако је наелектрисана мања сфера $\frac{Q-\Delta Q}{C_2} = \frac{\Delta Q}{C_1}$, следи $Q-\Delta Q = \Delta Q\frac{C_2}{C_1}$ и $Q = \Delta Q\left(1+\frac{C_2}{C_1}\right) = \Delta Q\left(1+\frac{d}{D}\right)$. Израз за Кулонову силу је исти, али је $\Delta Q = L\sqrt{4\pi\epsilon_0 k\frac{D}{d}(L-l)}$. Сређивањем добијамо $Q = \Delta Q\left(1+\frac{d}{D}\right) = L\sqrt{4\pi\epsilon_0 k\frac{D}{d}(L-l)}\left(1+\frac{d}{D}\right) = 1.7\,\mu C$. Видимо да је свеједно која је од кугли била прво наелектрисана.

2. $E_1 = \frac{1}{2}C_1U_1^2$, $E_2 = \frac{1}{2}C_2U_2^2$, $E_3 = \frac{1}{2}C_3U_3^2$, $U = U_1+U_2+U_3$, $Q_1 = Q_2 = Q_3$, $C_1U_1 = C_2U_2 = C_3U_3$. $E_u = \frac{1}{2}(C_1U_1^2 + C_2U_2^2 + C_3U_3^2)$. Коришћењем $\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2}$ и $\frac{U_3}{U_1} = \frac{C_1}{C_3}$ имамо $U = U_1\left(1+\frac{C_1}{C_2}+\frac{C_1}{C_3}\right)$ следи $U_1 = U\frac{C_2C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}$. $E_u = \frac{1}{2}C_1U_1(U_1+U_2+U_3) = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}U^2$. Еквивалентни капацитет износи $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$ односно $C_e = \frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}$. Енергија је $E_u = \frac{1}{2}C_eU^2 = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}U^2$. Видимо да су изрази за енергије исти, а тиме је доказана тврдња.

3. $P_{t1} = I_1^2R + P_1$, $P_{t2} = I_2^2R + P_2$, $\eta_1 = \frac{P_1}{P_{t1}} = \frac{P_1}{UI_1}$, $\eta_2 = \frac{P_2}{P_{t2}} = \frac{P_2}{UI_2}$. $UI_1 = I_1^2R + P_1$, $UI_2 = I_2^2R + P_2$, следи $\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_1^2R+P_1}{I_2^2R+P_2}$ одавде $R = \frac{I_2P_1 - I_1P_2}{I_1I_2(I_2-I_1)} = 1\Omega$. Из $P_{t1} = I_1^2R + P_1$ следи $\frac{1}{\eta_1} = \frac{I_1^2R}{P_1} + 1 = 1.2$ тј. $\eta_1 = 83\%$. $\frac{1}{\eta_2} = \frac{I_2^2R}{P_2} + 1 = 1.5$ тј. $\eta_2 = 67\%$. На основу $P_{t1} = I_1^2R + P_1$ дељењем са I_1 имамо $U = RI_1 + \frac{P_1}{I_1} = 60V$. Максимална струја $I_{max} = U/R = 60A$

4. Индукована е.м.с. износи $|E| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(nBS)}{\Delta t} = nS\frac{\Delta B}{\Delta t}$. Извршен рад је $A = I^2R\Delta t = \frac{E^2}{R}\Delta t$, па је снага: $P = \frac{A}{\Delta t} = \frac{E^2}{R}$, следи $S^2 = \frac{RP\Delta t^2}{n^2\Delta B^2}$, $S = \frac{\Delta t}{n\Delta B}\sqrt{RP} = \pi r^2$, следи $r = \sqrt{(\Delta t\sqrt{RP})/(\pi n\Delta B)} = 2.13\,cm$

5а. Лик L_1 (видети слику 4.) у односу на сабирно сочиво биће имагинаран на растојању $l_1 = 18\,cm$ које налазимо из релације $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l_1}$. Лик L_2 биће на растојању $l_2 = l_1 + f = 27\,cm$ у односу на равно огледало. Положај коначног лика L_3 налазимо из једначине сочива $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_3} + \frac{1}{l_3}$, где је $p_3 = l_2 + f = 36\,cm$, односно $l_3 = 12\,cm$. Коначан лик је реалан. Величину ликова који се јављају налазимо: $L_1/P = l_1/p$ тј. $L_1 = 6\,cm$, $L_2 = L_1$, $L_2 \equiv P_3$, $L_3/P_3 = l_3/p_3$, $L_3 = 2cm$. Дакле лик је исте величине као и предмет, само што је окренут.

5б. Пошто се ради о идентичним и еластичним куглицама приликом судара покретна куглица преда сву своју енергију непокретној и при томе се зауставља. Тај процес се понавља на исти начин. Период осциловања оваквог сложеног система је $T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ где је $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1.986s$, а $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1.62s$. Дакле, $T = 1.80s$. У току једног периода догоде се два судара, што значи да ће се за $18s$ догодити 20 судара. Приметимо да за ово задато време ($18\,s$) није битно која је куглица прва изведена из равнотежног положаја.