

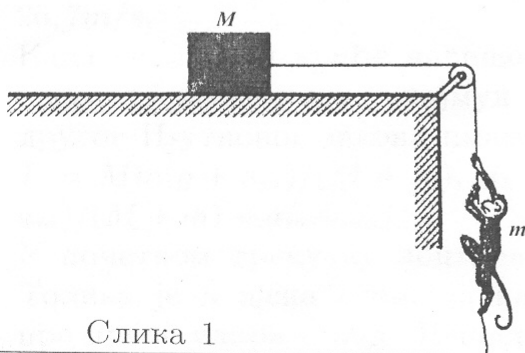
○

**ЈУГОСЛОВЕНСКО ДРУШТВО ФИЗИЧАРА**  
**МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ**  
**МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**

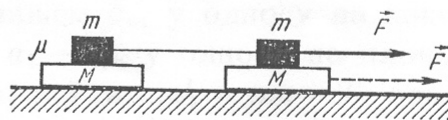
**40. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ**

*VII* разред

1. Дрвени цилиндар усправно плива у води, тако да је у њој потопљено  $n = 0,9$  запремине цилиндра. Колики ће део цилиндра бити потопљен у води, уколико преко воде налијемо слој уља који ће потпуно прекрити цилиндар? Густина уља је  $\rho_u = 800 \text{ kg/m}^3$ , а воде  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .
2. Камион се креће равномерно по правом путу и сустиче аутомобил који се креће такође равномерно брзином  $v = 72 \text{ km/h}$ . Возач аутомобила је приметио камион када је он био на растојању  $50 \text{ m}$  иза њега и у том тренутку, да би избегао претицање, почео је да убрзава убрзањем  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Одредити брзину камиона, ако је најмање растојање до ког се камион приближио аутомобилу  $\ell = 5 \text{ m}$ .
3. На неистегљивом конопцу занемарљиве масе, пребаченом преко непокретног котура, виси мајмун масе  $m$  (слика 1). Други крај ужета везан је за тело масе  $M$ , које може да клизи без трања по хоризонталној плочи. Наћи убрзање тела масе  $M$  и мајмуна у односу на плочу и интензитет силе затезања ужета, уколико се мајмун креће у односу на конопац убрзањем  $a_m$  навише.
4. Гумена лоптица налази се на висини  $h = 20 \text{ m}$  изнад глатког хоризонталног пода. Колику почетну брзину  $v_0$  вертикално увис треба да има лоптица, да би после другог удара о под она одскочила до висине  $h$  са које је бачена? Судар са подлогом није еластичан. При сваком удару лоптица губи 30% механичке енергије. Отпор ваздуха занемарити.
5. На глатком хоризонталном столу налазе се четири тела маса  $m = 1 \text{ kg}$  и  $M = 2 \text{ kg}$  као на слици 2. Горња тела спојена су лаким неистегљивим концем. Коефицијент трења између тела  $m$  и  $M$  је  $\mu = 0,1$ . Одредити убрзање сваког тела система уколико делујемо силом интензитета  $F = 4 \text{ N}$  и то: а) на горње десно тело; б) на доње десно тело.



Слика 1



Слика 2

Напомена: За убрзање Земљине теже узети  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Сваки задатак носи 20 поена.

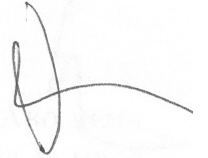
Задатке припремио: др Иван Манчев

Рецензент: др Драган Гајић

Председник комисије: др Надежда Новаковић

Решење задатака за Савезно такмичење ученика  
основних школа школске 2004/05. године

VII разред



1. У оба случаја цилиндар биће у равнотежи

$$F_{1p} = mg, \quad F_{2p} + F_u = mg$$

где је  $F_{p1} = \rho gh_2 S$  сила потиска воде у првом случају, а  $F_{p2} = \rho gh_4 S$  и  $F_u = \rho_u gh_3 S$  су силе потиска у другом случају које потичу од воде и од уља. За масу можемо да напишемо  $m = \rho_0(h_1 + h_2)S$ , где је  $\rho_0$  густина материјала. Сада услови равнотеже постају

$$\rho h_2 = \rho_0(h_1 + h_2), \quad \rho h_4 + \rho_u h_3 = \rho_0(h_1 + h_2).$$

Осим тога имамо да је  $h_1 + h_2 = h_3 + h_4$  и према услову задатка  $h_2/(h_1 + h_2) = n$ . Из постављеног система једначина треба да одредимо однос  $x = h_4/(h_3 + h_4)$ . Из услова равнотеже можемо да нађемо густину материјала  $\rho_0 = \rho h_2/(h_1 + h_2) = \rho n$ . Ако други услов равнотеже напишемо у облику  $\rho h_4/(h_3 + h_4) + \rho_u h_3/(h_3 + h_4) = \rho_0$ , одатле налазимо  $x = \frac{h_4}{h_3 + h_4} = \frac{\rho_0 - \rho_u}{\rho - \rho_u} = \frac{n\rho - \rho_u}{\rho - \rho_u} = 0,5$

2. Из референтног система везаног за аутомобил, камион има почетну брзину  $v_0 = v_k - v$  ( $v_k$  тражена брзина камиона, а  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ ) и убрзање  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$  у супротном смеру од брзине  $v_0$ . Дакле камион се креће успорено и биће на најмањем растојању од аутомобила кад му брзина буде једнака нули. До тог тренутка он је прешао пут  $s = d_0 - d_m = 50 \text{ m} - 5 \text{ m} = 45 \text{ m}$ . Како је  $s = v_0^2/2a$  следи да је  $v_0 = v_k - v = \sqrt{2as}$ , односно  $v_k = v + \sqrt{2as} = 26,7 \text{ m/s}$ . Задатак може да се реши и у непокретном систему везаном за земљу. Међусобна удаљеност камиона и аутомобила у току времена описана је релацијом која може да се прикаже на следећи начин:  $d(t) = d_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 - v_k t = \frac{1}{2}a \left[ t^2 - 2\frac{v_k - v}{a}t + \frac{2d_0}{a} \right] = \frac{1}{2}a \left[ t^2 - 2\frac{v_k - v}{a}t + \left(\frac{v_k - v}{a}\right)^2 - \left(\frac{v_k - v}{a}\right)^2 + \frac{2d_0}{a} \right] = \frac{1}{2}a \left[ t - \frac{v_k - v}{a} \right]^2 + d_0 - \frac{(v_k - v)^2}{2a}$ . Очигледно да  $d(t)$  имаће минималну вредност  $d_m$  када израз у средњим заградама буде једнак нули, односно у тренутку  $t_m = (v_k - v)/a$  онда је  $d_m = d_0 - \frac{(v_k - v)^2}{2a}$ , а одатле налазимо  $v_k = v + \sqrt{2a(d_0 - d_m)} = 26,7 \text{ m/s}$ .

3. Када се мајмун креће навихе убрзањем  $a_m$  у односу на конопац, тело се креће убрзањем  $a_1$ , а мајмун  $a'_1 = a_1 - a_m$  у односу на плочу. На основу другог Њутновог закона имамо  $Ma_1 = T$  и  $ma'_1 = mg - T$ , одатле налазимо  $T = Mm(g + a_m)/(M + m)$ ,  $a_1 = m(g + a_m)/(M + m)$   $a'_1 = a_1 - a_m = m(g + a_m)/(M + m) - a_m$ .

4. У почетном тренутку лоптица има механичку енергију  $E = mgh + mv_0^2/2$ . Толика је и њена енергија на висини  $h$  када се враћа као и непосредно пре првог удара о под. Непосредно након првог одбијања од пода енергија лоптице је  $E_1 = \eta E = \eta m(v_0^2/2 + gh)$  где је  $\eta = 70\% = 0,7$ . Непосредно након другог удара о под њена енергија је  $E_2 = \eta E_1 = \eta^2 m(v_0^2/2 + gh)$ . Та енергија треба да буде довољна да лоптица достигне висину  $h$ , па важи  $\eta^2 m(v_0^2/2 + gh) = mgh$ . Одатле добијамо за тражену почетну брзину

$$v_0 = \frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{\eta} \sqrt{2gh} = 20,4 \text{ m/s}.$$

5. Размотримо прво ситуацију када сила делује на доње десно тело. Ако нема клизања тела  $m$  по телу  $M$  онда се цео систем креће као целина чија је маса  $2(M + m)$  и онда важе релације:  $2(M + m)a = F$ ,  $Ma = F - F_{t1}$ ,  $F_{t1} \leq \mu mg$ . На основу тих релација налазимо да треба да је  $F \leq 2\mu mg(M + m)/(M + 2m) = 1,5N$ . Дакле, уколико је сила  $F \leq 1,5N$  систем тела ће се кретати као круто тело убрзањем  $a = F/[2(M + m)]$  али како је према услову задатка сила  $F = 4N$  следи да ће постојати клизање десног тела  $m$  по десном телу  $M$  и онда за та два тела можемо да пишемо једначине:  $Ma_1 = F - \mu mg$  и  $ma_2 = \mu mg - T$  (видети слику). Тело  $m$  креће се удесно, односно  $a_2 > 0$  што следи да је  $\mu mg > T$ , а то значи да лево тело  $m$  не клизи по левом телу  $M$ , а како су та тела повезана концем са горњим десним телом онда сва та три тела (оба лева и горње десно) имају иста убрзања и оно се налази из једначина  $ma_2 = \mu mg - T$  за десно горње тело и  $(M + m)a_2 = T$  за оба лева тела што даје  $a_2 = \mu mg/(M + 2m) = 0,25m/s^2$ . Доње десно тело има убрзање  $a_1 = (F - \mu mg)/M = 1,5m/s^2$ .

Уколико сила  $F$  делује на горње тело онда граничну вредност силе можемо да нађемо из једначина  $2(M + m)a = F$ ,  $Ma = F_{t1}$  и  $F_{t1} \leq \mu mg$  и она износи  $F \leq 2\mu mg(M + m)/M = 3N$ . Следи да уколико је сила  $F \leq 3N$  систем се креће као круто тело убрзањем  $a = F/[2(M + m)]$  али сила је  $F = 4N$  па имамо клизање горњих тела по доњим и онда пишемо  $Ma_1 = \mu mg$  што даје  $a_1 = \mu mg/M = 0,5m/s^2$ , а на основу  $F - \mu mg - T = ma_2$  и  $T - \mu mg = ma_2$  налазимо  $a_2 = (F - 2\mu mg)/2m = 1m/s^2$ . Дакле, у овом случају горња два тела крећу се убрзањем  $a_2$ , а доња два убрзањем  $a_1$ .

