Друштво физичара Југославије
Министарство просвете Србије и Министарство просвете и науке Црне Горе
XXXIII Савезно такмичење ученика основних школа школске 1996/97. год.

7. разред

1. Којим минималним убрзањем треба да се креће тело M по хоризонталној подлози да се тела m_1 и m_2 не би кретала у односу на њега (слика 1)? Масе тела су $m_1 = m_2$, коефицијент трења између тела M и m_1 и m_2 износи $\mu = 0.2$.

(20 поена)

2. Два тела 1 и 2 почну истовремено да се крећу равномерно убрзано без почетне брзине по узајамно нормалним правама ка тачки њиховог пресека O. У тренутку $t = 0$ тела се налазе на растојањима $l_1 = l_2 = 10\,m$ од тачке O. Убрзање првог тела је $a_1 = 2m/s^2$, а другог $a_2 = \sqrt{3}a_1$. Одредити најмање растојање између тела у току кретања. После колико времена ће растојање између тела постати најмање?

(25 поена)

3. Три тела чије су масе m, $2m$ и $3m$ леже на глаткој хоризонталној подлози и међусобно су повезана са два неистегљива канапа 1 и 2 занемарљиво малих маса (слика 2). Трења између тела и подлоге се занемарују. Максимални интензитет силе затезања који може да поднесе било који од ова два канапа је $10\,N$. Одредити максимални интензитет силе F којом систем тела може да се вуче у хоризонталном правцу, а да се не прекине ни један од канапа?

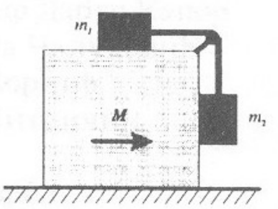
(20 поена)

4. Одредити колика би требало да буде густина течности да би систем тела $m_1 = 4kg$, $m_2 = 2kg$ и $m_3 = 2kg$ приказан на слици 3 био у равнотежи. Нагиб стрме равни је $\alpha = 30^o$. Густина тела m_3 је $\rho = 2000\,kg/m^3$. Трење занемарити.

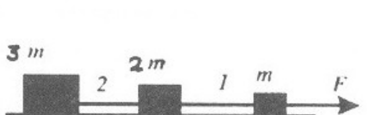
(20 поена)

5. Тело је бачено вертикално навише почетном брзином $v_0 = 10\,m/s$. На којој ће висини кинетичка енергија тела бити два пута већа од потенцијалне?

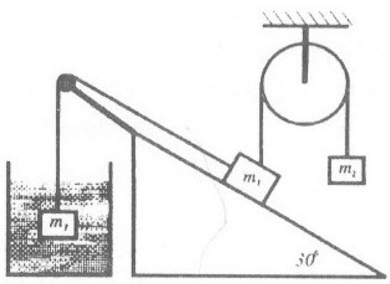
(15 поена)



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Напомена: За убрзање Земљине теже узети $g = 10\,m/s^2$.

Задатке припремили: др Иван Манчев (зад. 1, 2, 3 и 5) и др Мирослав Николић(4. зад.)

Рецензент: Бранко Јовановић

Председник комисије: др Надежда Новаковић

Решења задатака са 33. Савезног такмичења
ученика основних школа школске 1996/97. године
7. разред

1. Резултујућа сила која делује на систем тела m_1 и m_2 је $F_R = m_2 g - \mu m_2 a - (m_1 a + \mu m_1 g)$. У задатку се тражи да тела m_1 и m_2 мирују у односу на тело M, то значи да треба да је: $m_2 g - \mu m_2 a - (m_1 a + \mu m_1 g) = 0$. Одавде налазимо тражено убрзање:
$$a = g\frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + \mu m_2} = g\frac{1-\mu}{1+\mu} = 6.67\, m/s^2.$$

2. <u>*I* начин:</u> За посматрача који је 'везан' нпр. за тело 1, друго тело се креће дуж испрекидане линије (видети слику) релативном брзином $v_r = \sqrt{v_1^2 + (\sqrt{3}v_1)^2} = 2v_1$ и релативним убрзањем $a_r = \sqrt{a_1^2 + (\sqrt{3}a_1)^2} = 2a_1$. Најкраће растојање је нормално растојање и обележено је са l_x. На основу познатих података можемо да нађемо тражено растојање:
$$l_x = l_1\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad l_1 = l_1 - \frac{l}{\sqrt{3}} = l\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$$

Дакле,
$$l_x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}l = 3.66\, m.$$

Растојање од тачке A до тачке C обележимо са l_c и оно износи:
$$l_c = \frac{2l}{\sqrt{3}} + \frac{l_1}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}l$$

С друге стране за тај пут можемо да пишемо: $l_c = \frac{1}{2}a_r t^2$. Тражено време за које ће тела бити на минималном растојању је:
$$t = \sqrt{\frac{l(\sqrt{3}+1)}{2a_1}} = 2.61\, s.$$

За то време t прво тело пређе пут $S_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 = 6.83\, m$, а друго $S_2 = \frac{1}{2}\sqrt{3}a_1 t^2 = \sqrt{3}S_1 = 11.83\, m$ и тиме смо одредили њихов положај у тренутку када су на минималном растојању.

<u>*II* начин:</u> Квадрат међусобног растојања у зависности од пређеног пута првог тела је: $d^2 = (l - S_1)^2 + (l - \sqrt{3}S_1)^2 = l^2 - 2lS_1 + S_1^2 + l^2 - 2S_1\sqrt{3}l + 3S_1^2 = (2S_1)^2 - 2S_1 l(1+\sqrt{3}) + 2l^2 = (2S_1)^2 - 2\cdot 2S_1\frac{l(1+\sqrt{3})}{2} + \left(\frac{l(1+\sqrt{3})}{2}\right)^2 + 2l^2 - \left(\frac{l(1+\sqrt{3})}{2}\right)^2$, односно
$$d^2 = \left[2S_1 - \frac{l(1+\sqrt{3})}{2}\right]^2 + 2l^2 - \left(\frac{l(1+\sqrt{3})}{2}\right)^2.$$

То растојање биће минимално када израз у средњим заградама буде једнак нули, односно када прво тело пређе пут: $S_1 = S_x = \frac{l(1+\sqrt{3})}{4} = 6.83\,m$. Минимално растојање је:

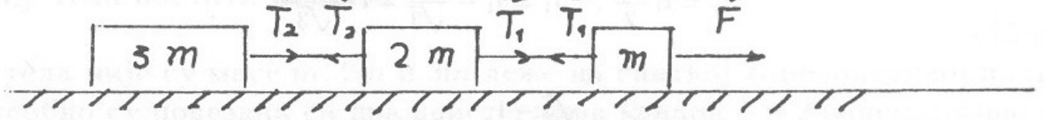
$$l_x = \sqrt{2l^2 - \left[\frac{l(1+\sqrt{3})}{2}\right]^2} = l\sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 3.66\,m.$$

Тражено време је једноставно наћи из: $S_x = \frac{l(1+\sqrt{3})}{2} = \frac{1}{2}a_1 t^2$, тј. $t = \sqrt{\frac{l(\sqrt{3}+1)}{2a}} = 2.61s$. Очигледно је да су добијени изрази за l_x потпуно еквивалентни што се види из:

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

3. Једначине кретања за свако тело на основу слике су:

$$F - T_1 = ma\,, \quad T_1 - T_2 = 2ma\,, \quad T_2 = 3ma$$



Уколико на основу претходних једначина силу F изразимо преко T_1 добија се $F = 6T_1/5 = 12\,N$, док је сила преко T_2: $F = 2T_2 = 20N$. Дакле, максимална вредност силе треба да буде $12N$ зато што ће онда доћи до кидања нити 1.

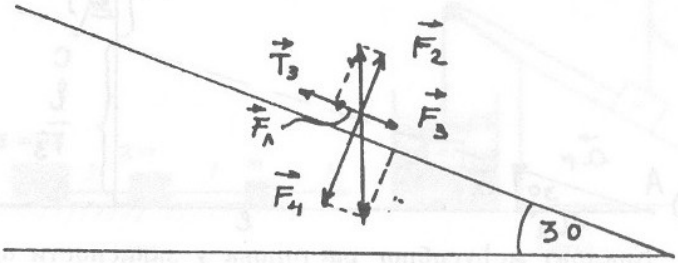
4. Сила којом тело m_3 вуче тело m_1 је: $T_3 = m_3 g - F_p$, где је F_p сила потиска коју изражавамо према Архимедовом закону: $F_p = \rho_t g V = \rho_t m_3 g/\rho$. С друге стране, тело m_2 делује на тело m_1 силом $T_1 = m_2 g$ коју можемо да разложимо на паралелну F_1 и нормалну F_2 компоненту. Интензитет паралелне компоненте је $F_1 = T_1/2 = m_2 g/2 = 10\,N$. Ако тежину тела разложимо такође на паралелну $F_3 = m_1 g/2 = 20\,N$ и нормалну компоненту F_4 онда је резултујућа сила која делује на тело m_1 у правцу који је паралелан стрмој равни: $F_r = m_3 g - F_p + F_1 - F_3$. Да би систем мировао треба да је $F_r = 0$ тј.

$$m_3 g - \rho_t m_3 g/\rho + m_2 g/2 = m_1 g/2.$$

Из последње једначине налазимо тражену густину течности:

$$\rho_t = \rho\left[1 - \frac{m_1 - m_2}{2m_3}\right] = 1000\,\frac{kg}{m^3}.$$

Напоменимо да је $F_2 < F_4$ тако да и у вертикалном правцу неће доћи до померања.



5. Из услова $E_k = 2E_p$ можемо да пишемо: $\frac{mv^2}{2} = 2mgh$, брзину на висини h налазимо из: $v^2 = v_o^2 - 2gh$. Онда имамо:

$$\frac{v_o^2 - 2gh}{2} = 2hg$$

односно $h = v_0^2/6g = 10/6 = 1.67\,m$.