ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.

VIII
РАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ

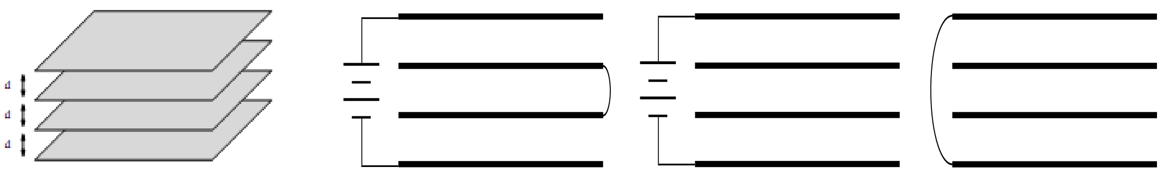
РЕПУБЛИЧКИ НИВО
28.04.2012.

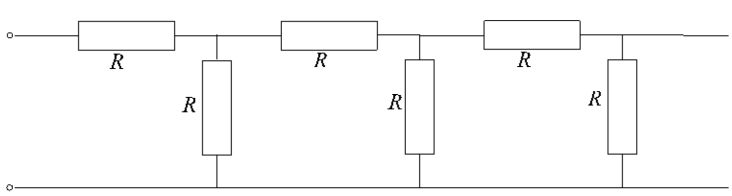
1. Четири идентичне квадратне металне плоче, свака површине S, постављене су једна изнад друге на једнаким растојањима, d, као на слици (при чему је $d^2 << S$. На почетку су плоче 1 и 4 повезане на извор једносмерне струје, напона U_0, тако да је плоча 1 на вишем потенцијалу. Затим се плоче 2 и 3 повежу жицом, која се након тога уклони. На крају је извор напона између плоча 1 и 4 замењен жицом. Наведени кораци су приказани на дијаграму. Колика је након последњег корака потенцијална разлика између плоча: а) 1 и 2 (нека то буде напон U_1), б) 2 и 3 (U_2), в) 3 и 4 (U_3)?
   Претпоставимо у сваком од случајева да позитивна разлика потенцијала значи да је горња плоча на вишем потенцијалу него доња. (20 поена)
2. Оптички систем се састоји од сабирног сочива жижне даљине 30 cm и расипног сочива жижне даљине 20 cm који имају заједничку главну оптичку осу. На сабирно сочиво пада паралелан сноп зрака и након проласка кроз оптички систем сноп остаје паралелан. Наћи растојање између сочива. (15 поена)
3. Лаки цилиндрични суд у коме се налази течност густине ρ_0 стоји на два паралелна ослонца који суду пружају силе реакције N_1 и N_2. У суд се на лакој нити спусти кугла масе m и густине ρ и то тачно изнад другог ослонца. При томе је кугла у потпуности потопљена у течност и не додирује зидове суда. Одредити нове силе реакције у ослонцима, N'_1 и N'_2. (20 поена)
4. Наћи еквивалентну отпорност бесконачно дугог ланца отпорника везаних као на слици. (20 поена)
5. Извор звука фреквенције f_0 се испусти из балона који се налази на висини h. Фреквенција звука који региструје посматрач на земљи дата је изразом $f = f_0 \dfrac{c}{\sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}$, где је t – време мерено од тренутка пуштања извора, c=340 m/s – брзина звука и g – гравитационо убрзање. Наћи висину на којој је балон и почетну фреквенцију, на основу мерених података датих у табели. (25 поена)

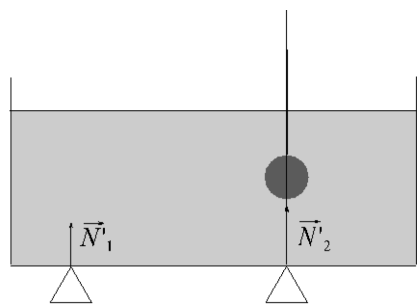
Напомена:

Решење једначине $ax^2 + bx + c = 0$ *је* $x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

f (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10







Задатке припремио: мр Стеван Јанков

Рецензент: др Маја Стојановић

Председник комисије: проф. др Мићо Митровић

Свим такмичарима желимо успешан рад!

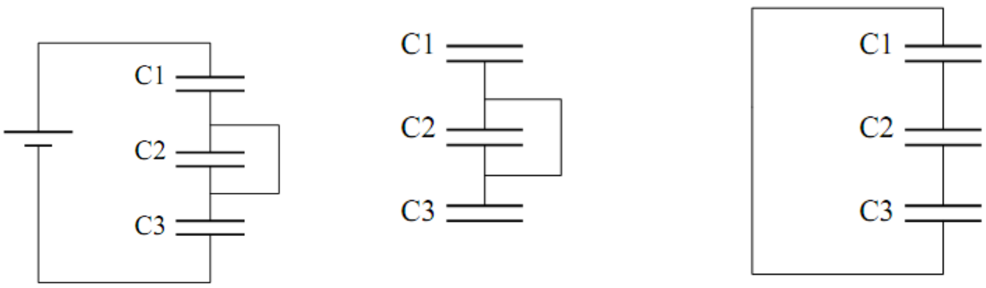
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.

VIII РАЗРЕД

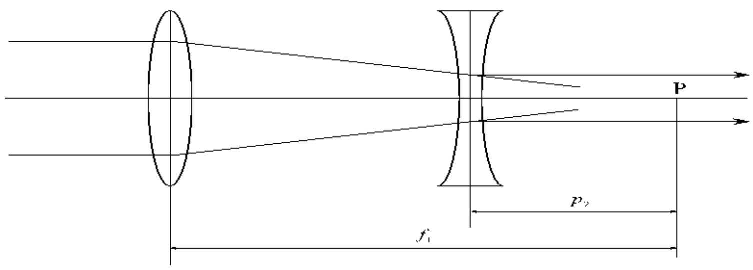
Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете Републике Србије
РЕШЕЊА

ОКРУЖНИ НИВО 17.03.2012.

1. Проблем се може посматрати као редна веза три једнака кондензатора капацитета *C*. Пошто је кондензатор 2 премошћен жицом пад напона на кондензаторима 1 и 3 је по $\frac{U_0}{2}$ [2p], тј. наелектрисања на тим кондензаторима су по $q_0 = \frac{CU_0}{2}$ [2p]. То значи да доња плоча кондензатора 1 има наелектрисање $-q_0$ [1p]. Уклањање жице између друге и треће плоче, као ни уклањање извора неће променити распоред наелектрисања, нити падове напона на кондензаторима. Међутим, повезивање првог и трећег кондензатора – хоће. Део позитивног наелектрисања са горње плоче кондензатора 1 ће отићи ка кондензатору 3, а део негативног наелектрисања са доње плоче кондензатора 1 ће отићи на кондензатор 2, све док се не успостави равнотежа, при којој ће напони на кондензаторима бити U_1, U_2 и U_3, а наелектрисања на њима q_1, q_2 и q_3, респективно. Због кратког споја очигледно је да је $U_1 + U_2 + U_3 = 0$ [2p], а због симетрије $U_1 = U_3$ [2p], те добијамо $U_2 = -2U_1$ [2p],. Због закона одржања наелектрисања на доњој плочи кондензатора 1, важи: $-q_0 = -q_1 + q_2$ [2p]. Замењујући свако наелектрисање производом капацитета и одговарајућих напона и користећи везу између напона на првом и другом кондензатору, последња једначина постаје: $-\frac{CU_0}{2} = -CU_1 + CU_2 \Rightarrow -\frac{U_0}{2} = -U_1 - 2U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{U_0}{6}$ [2+2+2p],. То даље значи: $U_2 = -\frac{U_0}{3}$ [1p].



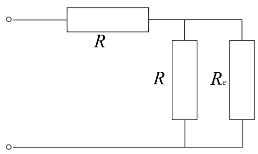
2. Тачка P у којој би се пресекли зраци преломљени кроз сабирно сочиво је жижа сабирног сочива (јер су зраци пре сабирног сочива били паралелни), и представља имагинарни (јер је у пресеку продужетака зрака, а не стварних зрака) предмет за расипно сочиво. Лик расипног сочива се налази у бесконачности, те једначина расипног сочива изгледа овако: $\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{p_2} + 0$ [4p], одакле следи да је $p_2 = -f_2$ [2p] (требало би имати у виду да је жижна даљина расипног сочива негативна величина). Са слике се види да је $d = f_1 - p_2 = f_1 + f_2 = 30\ \text{cm} - 20\ \text{cm} = 10\ \text{cm}$ [8+1p].



3. Једначине равнотеже суда пре потапања кугле су $m_0 g = N_1 + N_2$ (1) [2p] и $N_1 l_1 = N_2 l_2$ (2) [2p], где су l_1 и l_2 растојања ослонаца од вертикалне праве која пролази кроз тежиште суда, а m_0 је маса течности у суду. Једначине равнотеже суда након потапања кугле су $m_0 g + \rho_0 V g = N'_1 + N'_2$ (3) [2p] и $N'_1 l_1 = N'_2 l_2$ (4) [2p], где је $V = \frac{m}{\rho}$ - запремина кугле [2p]. Делећи међусобно једначине (2) и (4), те замењујући израз за тежину суда са течношћу из једначине (1) у једначину (3), добијамо систем једначина $\frac{N_1}{N'_1} = \frac{N_2}{N'_2}$ [2p] ,

$N_1 + N_2 + \rho_0 \frac{m}{\rho} g = N'_1 + N'_2$ [2р]. Решавајући овај систем по N'_1 и N'_2, добија се: $N'_1 = N_1 + \frac{N_1}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 mg}{\rho}$ [3р] и $N'_2 = N_2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 mg}{\rho}$ [3р].

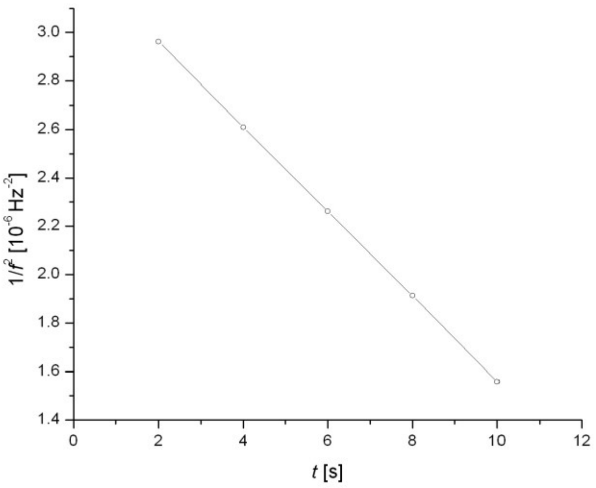
4. Еквивалнетна отпорност је: $R_e = R + \frac{R R_e}{R + R_e}$ [6р] . Сређивањем се добија $R_e - R = \frac{R R_e}{R + R_e}$ [2р] , односно $R_e^2 - R^2 = R R_e$ [4р]. Добијена је квадратна једначина: $R_e^2 - R R_e - R^2 = 0$ [2р], чија решења су: $R_{e1/2} = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2} = \frac{R \pm R\sqrt{5}}{2}$ [4р], при чему решење које има физичког смисла је: $R_e = \frac{R\left(1 + \sqrt{5}\right)}{2}$ [2р].



5. Када се добијени израз квадрира и нађе реципрочна вредност, добија се: $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_0^2}\left(1 + \frac{2gh}{c^2}\right) - \frac{2g}{f_0^2 c} t$ [4р], дакле функција $\frac{1}{f^2}(t)$ је линеарна. Потребно је у табели формирати колону $\frac{1}{f^2}$, нацртати график, а затим из нагиба наћи f_0, а из пресека са ординатом висину на којој је балона *h*. Дакле:

f (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10
$1/f^2 (10^{-6}\ Hz^{-2})$	2.96	2.61	2.26	1.91	1.56

[5р]



[10р]

Нагиб добијене праве је $B = -3.50448 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Hz}^{-2}}{\text{s}}$ [1п] , одакле се за фреквенцију звука који шаље извор добија $f_0 = \sqrt{\frac{2g}{cB}} = 573.87\ \text{Hz}$ [2п]. График пресеца ординату у тачки $A = 3.31239 \cdot 10^{-6}\ \text{Hz}$ [1п], па је висина са које је пуштен извор звука $h = \frac{c^2\left(Af_0^2 - 1\right)}{2g} = 535.33\ \text{m}$ [2п].

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.

VIII
РАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ за ученике посебних одељења

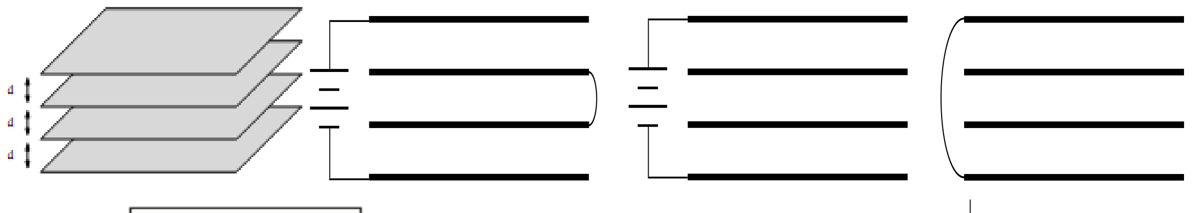
РЕПУБЛИЧКИ НИВО
28.04.2012.

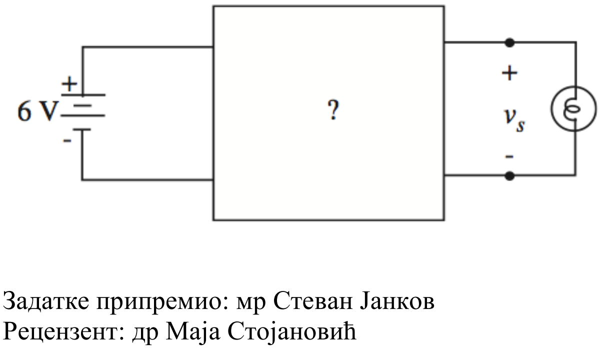
1. Четири идентичне квадратне металне плоче, свака површине S, постављене су једна изнад друге на једнаким растојањима, d, као на слици (при чему је $d^2 \ll S$. На почетку су плоче 1 и 4 повезане на извор једносмерне струје, напона U_0, тако да је плоча 1 на вишем потенцијалу. Затим се плоче 2 и 3 повежу жицом, која се након тога уклони. На крају је извор напона између плоча 1 и 4 замењен жицом. Наведени кораци су приказани на дијаграму. Колика је након последњег корака потенцијална разлика између плоча: а) 1 и 2 (нека то буде напон U_1), б) 2 и 3 (U_2), в) 3 и 4 (U_3)?
   Претпоставимо у сваком од случајева да позитивна разлика потенцијала значи да је горња плоча на вишем потенцијалу него доња. (20 поена)
2. Оптички систем се састоји од сабирног сочива жижне даљине 30 cm и расипног сочива жижне даљине 20 cm који имају заједничку главну оптичку осу. На сабирно сочиво пада паралелан сноп зрака и након проласка кроз оптички систем сноп остаје паралелан. Наћи растојање између сочива. (15 поена)
3. Лаки цилиндрични суд у коме се налази течност густине ρ_0 стоји на два паралелна ослонца који суду пружају силе реакције N_1 и N_2. У суд се на лакој нити спусти кугла масе m и густине ρ и то тачно изнад другог ослонца. При томе је кугла у потпуности потопљена у течност и не додирује зидове суда. Одредити нове силе реакције у ослонцима, N'_1 и N'_2. (20 поена)
4. Дат је извор електромоторне силе од 6 V, занемарљиве унутрашње отпорности, и сијалица која ради на напону од 1.5 V, при чему кроз њу протиче струја 0.5 A. Осмислите део струјног кола састављеног од отпорника између извора и сијалице тако да пад напона на сијалици када је укључена у коло буде 1.5 V, а да напон v_s, када сијалица није прикључена, буде 2 V. Доказати да формирано коло задовољава услове задатка. (20 поена)
5. Извор звука фреквенције f_0 се испусти из балона који се налази на висини h. Наћи како се мења фреквенција звука који региструје посматрач на земљи у функцији од времена протеклог од тренутка пуштања извора, изражена преко f_0, h, g, и брзине звука $c = 340$ m/s. Након тога наћи висину на којој је балон и почетну фреквенцију, на основу мерених података датих у табели. (25 поена)

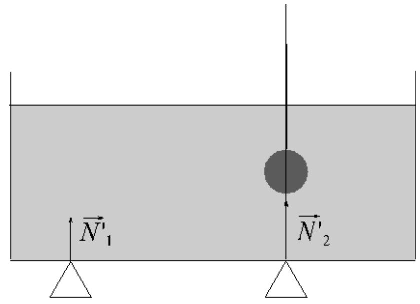
Напомена: *Решење једначине* $ax^2 + bx + c = 0$ *је* $x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Користити апроксимацију $\sqrt{1 - x^2} \approx 1 - \dfrac{1}{2}x^2$, за $x^2 \ll 1$.

f (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10







Задатке припремио: мр Стеван Јанков
Рецензент: др Маја Стојановић
Председник комисије: проф. др Мићо Митровић

Свим такмичарима желимо успешан рад!

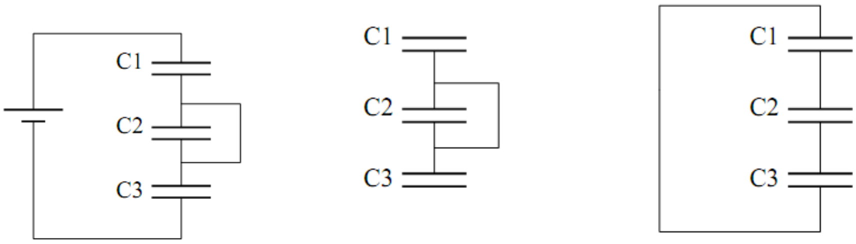
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.

VIII
РАЗРЕД

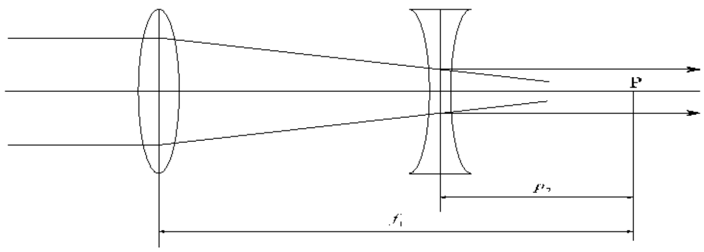
Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете Републике Србије
РЕШЕЊА

ОКРУЖНИ НИВО
17.03.2012.

1. Проблем се може посматрати као редна веза три једнака кондензатора капацитета *C*. Пошто је кондензатор 2 премошћен жицом пад напона на кондензаторима 1 и 3 је по $\frac{U_0}{2}$ [2p], тј. наелектрисања на тим кондензаторима су по $q_0 = \frac{CU_0}{2}$ [2p]. То значи да доња плоча кондензатора 1 има наелектрисање $-q_0$ [1p]. Уклањање жице између друге и треће плоче, као ни уклањање извора неће променити распоред наелектрисања, нити падове напона на кондензаторима. Међутим, повезивање првог и трећег кондензатора – хоће. Део позитивног наелектрисања са горње плоче кондензатора 1 ће отићи ка кондензатору 3, а део негативног наелектрисања са доње плоче кондензатора 1 ће отићи на кондензатор 2, све док се не успостави равнотежа, при којој ће напони на кондензаторима бити U_1, U_2 и U_3, а наелектрисања на њима q_1, q_2 и q_3, респективно. Због кратког споја очигледно је да је $U_1 + U_2 + U_3 = 0$ [2p], а због симетрије $U_1 = U_3$ [2p], те добијамо $U_2 = -2U_1$ [2p],. Због закона одржања наелектрисања на доњој плочи кондензатора 1, важи: $-q_0 = -q_1 + q_2$ [2p]. Замењујући свако наелектрисање производом капацитета и одговарајућих напона и користећи везу између напона на првом и другом кондензатору, последња једначина постаје: $-\frac{CU_0}{2} = -CU_1 + CU_2 \Rightarrow -\frac{U_0}{2} = -U_1 - 2U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{U_0}{6}$ [2+2+2p],. То даље значи: $U_2 = -\frac{U_0}{3}$ [1p] .



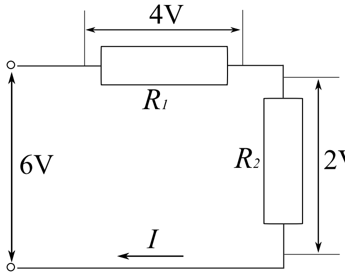
2. Тачка P у којој би се пресекли зраци преломљени кроз сабирно сочиво је жижа сабирног сочива (јер су зраци пре сабирног сочива били паралелни), и представља имагинарни (јер је у пресеку продужетака зрака, а не стварних зрака) предмет за расипно сочиво. Лик расипног сочива се налази у бесконачности, те једначина расипног сочива изгледа овако: $\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{p_2} + 0$ [4p], одакле следи да је $p_2 = -f_2$ [2p] (требало би имати у виду да је жижна даљина расипног сочива негативна величина). Са слике се види да је $d = f_1 - p_2 = f_1 + f_2 = 30\ \text{cm} - 20\ \text{cm} = 10\ \text{cm}$ [8+1p].

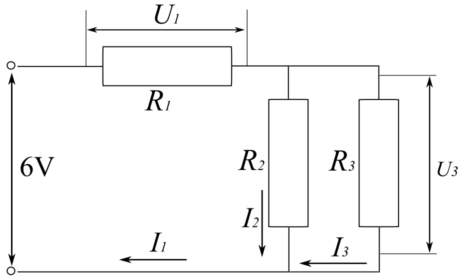


3. Једначине равнотеже суда пре потапања кугле су $m_0 g = N_1 + N_2$ (1) [2p] и $N_1 l_1 = N_2 l_2$ (2) [2p], где су l_1 и l_2 растојања ослонаца од вертикалне праве која пролази кроз тежиште суда, а m_0 је маса течности у суду. Једначине равнотеже суда након потапања кугле су $m_0 g + \rho_0 V g = N'_1 + N'_2$ (3) [2p] и $N'_1 l_1 = N'_2 l_2$ (4) [2p], где је $V = \frac{m}{\rho}$ - запремина кугле [2p]. Делећи међусобно једначине (2) и (4), те замењујући израз за тежину суда са течношћу из једначине (1) у једначину (3), добијамо систем једначина $\frac{N_1}{N'_1} = \frac{N_2}{N'_2}$ [2p] ,

$N_1 + N_2 + \rho_0 \frac{m}{\rho} g = N'_1 + N'_2$ [2p]. Решавајући овај систем по N'_1 и N'_2, добија се: $N'_1 = N_1 + \frac{N_1}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 mg}{\rho}$ [3p] и $N'_2 = N_2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 mg}{\rho}$ [3p].

4. За решење проблема је довољно направити разделник напона од два отпорника. Као што се може видети са прве слике $IR_1 = 4\ \mathrm{V}$ [2п] и $IR_2 = 2\ \mathrm{V}$ [2п], одакле следи однос $R_1 = 2R_2$ [2п]. Са друге слике закључујемо $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$ [2p] и $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$ [2p], и те изразе ћемо искористити у првом Кирхофовом правилу $I_1 = I_2 + I_3$ [3п]. Дакле, добијамо једначину $\frac{U_1}{2R_2} = \frac{U_2}{R_2} + I_3$ [3п], чијим решавањем долазимо до отпорности $R_2 = \frac{U_1 - 2U_2}{2I_3} = 1.5\ \Omega$ [3п] , а одмах затим и $R_1 = 3\ \Omega$ [1п].



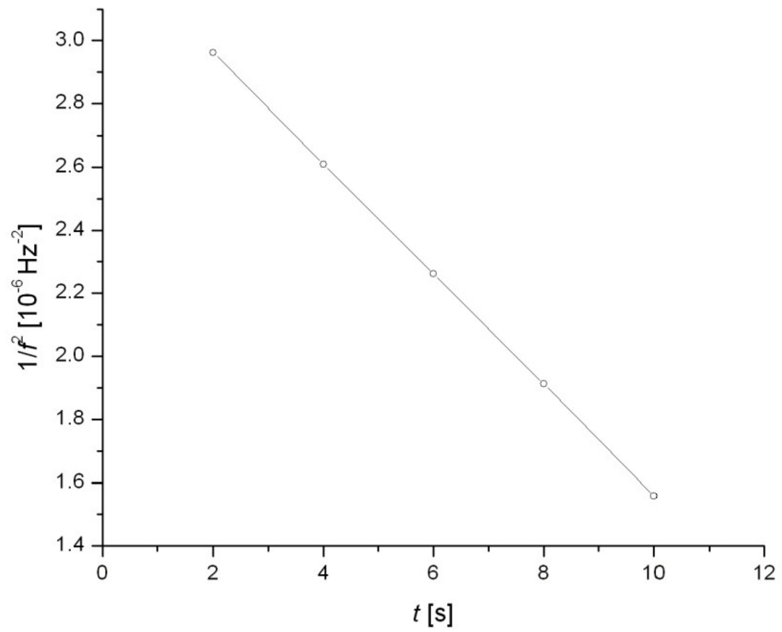


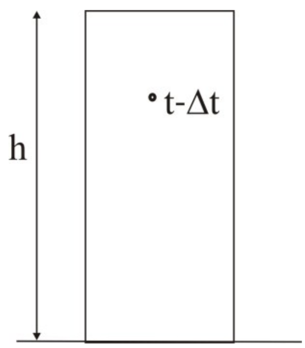
5. Звук који се региструје у тренутку *t* је емитован у тренутку $t - \Delta t$, где је Δt време потребно да звук стигне од извора до посматрача на земљи. Брзина извора је функција $v_s = v_s(t - \Delta t)$ [0.5п], где је $\Delta t = \frac{h - \frac{g(t-\Delta t)^2}{2}}{c}$ [0.5п] . Решавањем по $t - \Delta t = t - \frac{h - \frac{g(t-\Delta t)^2}{2}}{c}$ [1п], ако уведемо смену $t - \Delta t = A$, једначина постаје $A = t - \frac{h - \frac{gA^2}{2}}{c}$. Даље имамо $Ac = tc - h + \frac{gA^2}{2}$, односно добија се квадратна једначина облика: $\frac{gA^2}{2} - cA + tc - h = 0$ [1п]. Решења су: $A_{1/2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}{g}$ [1п]. Поставља се питање које од два решења квадратне једначине је тачно? Да би се добио одговор на ово питање потребна је мала анализа. Ако балон лети сувише ниско ($h \to 0$), $c >> 2gt$, тј. $t - \Delta t \approx t$. $A_{1/2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 2gtc}}{g}$, односно $A_{1/2} = \frac{c \pm c\sqrt{1 - \frac{2gt}{c}}}{g}$ [1п]. Ако се искористи апроксимација $\sqrt{1 - x^2} \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$, решење постаје $A_{1/2} = \frac{c \pm c\left(1 - \frac{1}{2}\frac{2gt}{c}\right)}{g} = \frac{c \pm c\left(1 - \frac{gt}{c}\right)}{g}$ [1п]. Може се закључити да решење са предзнаком «+» нема физичког смисла, тако да је тачно решење: $t - \Delta t = \frac{c - \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}{g}$ [0.5п]. Са друге стране $v_s = g(t - \Delta t)$ [0.5п]. Из овога следи да је $v_s = c - \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)} \Rightarrow c - v_s = \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}$ [1п], односно заменом у израз за Доплеров ефекат $f = f_0 \frac{c}{c - v_s}$ [0.5п], добија се тражена функција $f = f_0 \frac{c}{\sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}$ [0.5п]. Када се добијени израз квадрира и нађе реципрочна вредност,

добија се: $\frac{1}{f^2}=\frac{1}{f_0^2}\left(1+\frac{2gh}{c^2}\right)-\frac{2g}{f_0^2c}t$ [1п], дакле функција $\frac{1}{f^2}(t)$ је линеарна. Потребно је у табели формирати колону $\frac{1}{f^2}$, нацртати график, а затим из нагиба наћи f_0, а из пресека са ординатом висину на којој је балон h. Дакле:

F (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10
$1/f^2(10^{-6}\text{ Hz}^{-2})$	2.96	2.61	2.26	1.91	1.56

[5п]





[5п]

Нагиб добијене праве је $B=-3.50448\cdot10^{-7}\frac{\text{Hz}^{-2}}{\text{s}}$ [1п] , одакле се за фреквенцију звука који шаље извор добија $f_0=\sqrt{\frac{2g}{cB}}=573.87\text{ Hz}$ [2п]. График пресеца ординату у тачки $A=3.31239\cdot10^{-6}\text{ Hz}$ [1п], па је висина са које је пуштен извор звука $h=\frac{c^2\left(Af_0^2-1\right)}{2g}=535.33\text{ m}$ [2п].