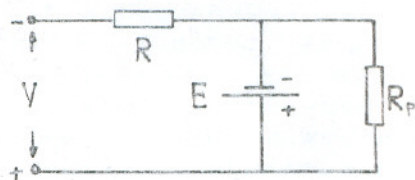


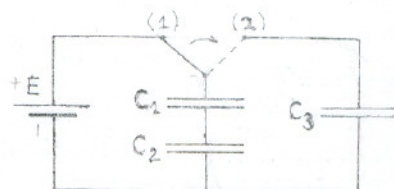
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА VIII РАЗРЕДА ОСНОВНИХ ШКОЛА
Београд 28 и 29. мај 1994.

1) Акумулаторска батерија занемарљивог унутрашњег отпора и електромоторне силе E , не може да обезбеди напајање потрошача (R_P) струјом i у току дужег времена. Да би се продужило време трајања батерије, потрошач и батерија се укључују паралелно на мрежу једносмерног напона преко отпора R . Напон мреже V није стабилан и мења се од V_1 до V_2 ($V_1 > V_2 > E$). Отпор се бира тако да ако је $V = V_1$ кроз батерију не струја. Колику струју i ће давати батерија када је $V = V_2$?

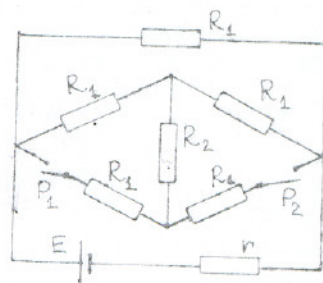


2) Када се дужина математичког клатна смањи за 30 см, његов период осциловања се преполови. Колики је био период пре скраћивања? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

3) Два кондензатора $C_1 = 2 \mu\text{F}$ и $C_2 = 3 \mu\text{F}$ прикључени су на извор ЕМС $E = 100 \text{ V}$ преко преклопника (положај 1). Када се кондензатори напуне, преклопник се пребаци у положај (2). Са коликом количином наелектрисања q_3 ће се наелектрисати кондензатор $C_3 = 6 \mu\text{F}$?

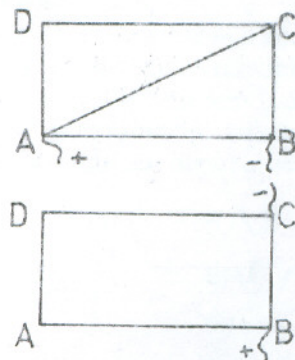


4) Дато је струјно коло приказано на слици. ЕМС извора је $E = 6 \text{ V}$ а унутрашњи отпор $r = 2 \Omega$. Вредности отпорника у колу су $R_1 = 9 \Omega$ и $R_2 = 6 \Omega$. Наћи јачину струје која тече од извора у следећим случајевима:



- прекидачи P_1 и P_2 оба отворени;
- прекидачи P_1 и P_2 оба затворени;
- прекидач P_1 отворен а P_2 затворен;
- прекидач P_2 отворен а P_1 затворен.

5) Од отпорне жице начињен је рам правоугаоног облика са теменима A, B, C и D . Отпор страница AD и BC износи R а страница AB и CD износи $2R$. Колики отпор треба убацили између тачака A и C да би еквивалентан отпор контуре када је прикључена у коло између тачака A и B био једнак отпору контуре када је прикључена између тачака B и C када тамо нема уметнутог отпора?



Сваки задатак носи 20 поена.

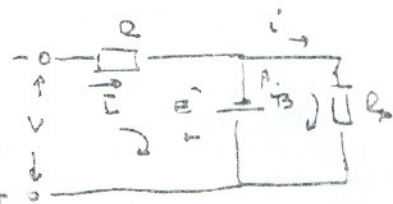
Свим такмичарима желимо успешан рад!

Задатке припремили др Душанка Обадовић, Срђан Ракић и др Дарко Капор

Супервизија: мр Бојана Никић

Материјал за комисију

1) Акумулаторска батерија заненарпљивог унутрашњег отпора и електромоторне силе E , не може да обезбеди налажање потрошача (R_p) струјом i у току дужег времена. Да би се продужило време трајања батерије, потрошач и батерија се укључују паралелно на мрежу једносмерног напона преко отпора R . Напон мреже V није стабилан и мења се од V_1 до V_2 ($V_1 > V_2 > E$). Отпор се бира тако да ако је $V = V_1$ кроз батерију не струја. Колику струју i_B ће давати батерија када је $V = V_2$?



$\sqrt{E+E}$

$V = V_1 \Rightarrow i_B = 0 \quad E = iR_p \quad V_1 = i(R_p + R) \Rightarrow V_1 - \sqrt{E+E} = iR$

$R = \frac{V_1 - E}{i}$

$V = V_2 \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} V_2 - E &= Ri - r i_B \\ E &= r i_B + R_p i \\ I &= i - i_B \end{aligned} \right\} \begin{aligned} V_2 &= Ri - R i_B + R_p i \\ V_2 - (R + R_p) i &= -E \end{aligned}$$

$$i_B = \frac{V_2 - V_1}{-V_1 - E} = \frac{V_1 - V_2}{V_1 - E} i$$

(Морате да се и даље извештавате!)

2) Када се дужина математичког клатна смањи за 30 см, његов период осциловања се преполови. Колики је био период пре скраћивања? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$\Delta l = 30 \text{ cm}$

$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l - \Delta l}{g}}$

$T_2 = T_1/2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{l - \Delta l}{l}$

$T_2 = T_1/2$

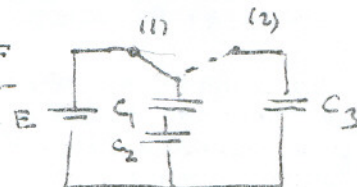
$\Delta l = l - 1/4 l = 3/4 l$

$l = 4 \cdot \frac{\Delta l}{3} = 4 \times \frac{30}{3} = 40 \text{ cm}$

$\frac{g = 10 \text{ m/s}^2}{T_1}$

$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{0,4}{10}} = 6,28 \times \sqrt{0,04} = 6,28 \times 0,2 = 12,56 \text{ s}$

3) Два кондензатора $C_1 = 2 \mu\text{F}$ и $C_2 = 3 \mu\text{F}$ прикључени су на извор ЕМС $E = 100 \text{ V}$ преко преклопника (положај 1). Када се кондензатори напуне, преклопник се пребаци у положај (2). Са коликом количином наелектрисања q_3 ће се наелектрисати кондензатор $C_3 = 6 \mu\text{F}$?



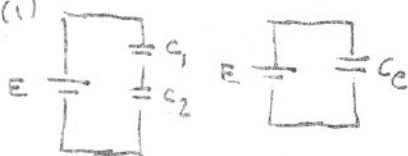
$C_1 = 2 \mu\text{F}$

$C_2 = 3 \mu\text{F}$

$C_3 = 6 \mu\text{F}$

$E = 100 \text{ V}$

(1)



$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

$C_e = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = \frac{6}{5} = 1,2 \mu\text{F}$

$q_e = C_e E$

$q_e = 1,2 \times 100 = 120 \mu\text{C}$

ДОЛЖИ ДА ПРЕРАСПОДЕЛИ ШАР.

$q_e' + q_3 = q_e \quad (U_e' = U_3) \quad q_e' = \frac{C_3}{C_3 + C_e} q_e$

$\frac{C_e}{C_3} q_3 + q_3 = q_e$

$q_3 (1 + \frac{C_e}{C_3}) = q_e$

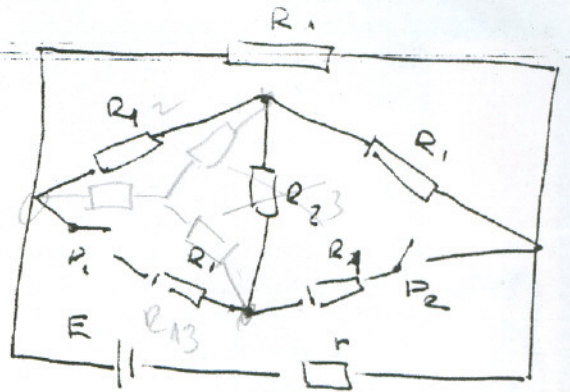
$q_3 = \frac{C_3}{C_3 + C_e} q_e$

$q_3 = \frac{6}{1,2 + 6} 120 = \frac{6}{7,2} 120 \mu\text{C} = \frac{720}{7,2} = 100 \mu\text{C}$

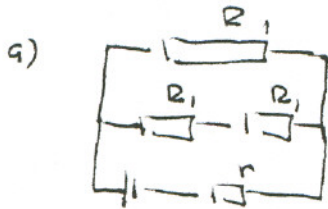
$q_3 = 100 \mu\text{C}$

4) Дато је струјно коло приказано на слици. ЕМС извора је $E = 6 \text{ V}$ а унутрашњи отпор $r = 2 \Omega$. Вредности отпорника у колу су $R_1 = 9 \Omega$ и $R_2 = 6 \Omega$. Наки јачину струје која тече од извора у следећим случајевима:

- а) прекидачи P_1 и P_2 оба отворени;
- б) прекидачи P_1 и P_2 оба затворени;
- в) прекидач P_1 отворен а P_2 затворен;
- г) прекидач P_2 отворен а P_1 затворен.



$R_1 = 9 \Omega$
 $R_2 = 6 \Omega$
 $r = 2 \Omega$
 $E = 6 \text{ V}$

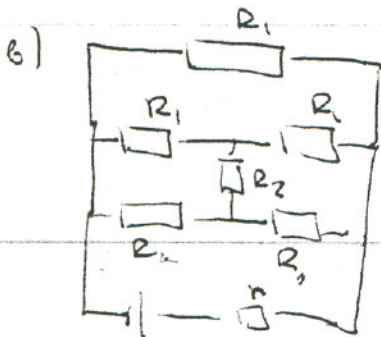


$I_0 = \frac{E}{R_{e1} + r}$ $\frac{1}{R_{e1}} = \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{3}{2R_1}$

$R_{e1} = \frac{2}{3} R_1$ $R_{e1} = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6 \Omega$

$I_a = \frac{6}{6+2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ A}$

$I_a = 0,75 \text{ A}$



R_2 је
кратко
спољеш

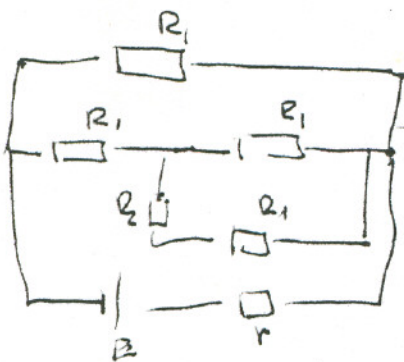
$\frac{1}{R_{e2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} = \frac{2}{R_1}$

$R_{e2} = R_1/2$ $R_{e2} = 4,5 \Omega$

$I_b = \frac{E}{R_{e2} + r}$

$I_b = \frac{6}{4,5+2} = \frac{6}{6,5} = 0,923 \text{ A}$

в) = д) због симетрије



$\frac{1}{R_{e3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 + R_2}$

$\frac{1}{R_{e3}} = \frac{1}{9} + \frac{1}{15}$

$R_{e3} = \frac{9 \times 15}{24} = \frac{45}{8} = 5,625 \Omega$

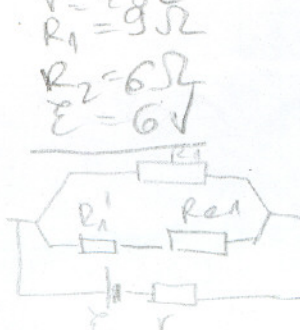
$\frac{1}{R_{e4}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 + R_{e3}}$

$\frac{1}{R_{e4}} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9 + 45/8}$

$\frac{1}{R_{e4}} = \frac{1}{9} + \frac{8}{72+45} = \frac{1}{9} + \frac{8}{117} = \frac{13+8}{117} = \frac{21}{117}$

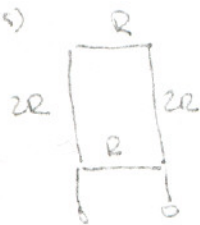
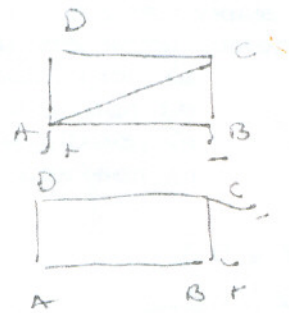
$R_{e4} = \frac{117}{21} = \frac{39}{7} = 5,57 \Omega$

$I_c = I_d = \frac{6}{2 + 39/7} = \frac{42}{17+39} = \frac{42}{56} = 0,75 \text{ A}$



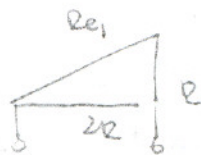
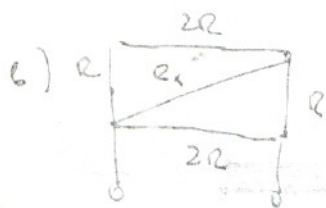
$R_1' = \frac{R_1 \cdot R_1}{2R_1 + R_2}$
 $R_1' = \frac{81 \times 9}{24 + 6} = \frac{729}{30} = 24,3 \Omega$
 $R_2' = R_3' = \frac{54 \times 27}{24 + 54} = \frac{1458}{78} = 18,69 \Omega$
 $R_{e1} = R_1' + R_2' = 24,3 + 18,69 = 42,99 \Omega$
 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{33,3 + 56,25} = \frac{1}{9}$
 $R_e = 4,5 \Omega$
 $I = \frac{6 \text{ V}}{4,5 \Omega + 2 \Omega} = 0,923 \text{ A}$

В) Од отпорне жице начињен је рам правоугаоног облика са теменима А, В, С и D. Отпор страница AD и BC износи R а страница AB и CD износи 2R. Колики отпор треба убацити између тачака А и С да би еквивалентан отпор контуре када је прикључена у коло између тачака А и В био једнак отпору контуре када је прикључена између тачака В и С када тамо нема уметнутог отпора?



$$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R + R + R} = \frac{1}{R} + \frac{1}{4R} = \frac{6}{4R}$$

$$R_a = \frac{5}{6} R$$



$$\frac{1}{R_{e1}} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{3R} \Rightarrow R_{e1} = \frac{3RR_x}{3R + R_x}$$

$$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R_{e1} + R}$$

$$R_b = \frac{2R(R_{e1} + R)}{2R + R + R_{e1}} = \frac{2R(R + R_{e1})}{3R + R_{e1}} = \frac{2R \left(R + \frac{3RR_x}{3R + R_x} \right)}{3R + \frac{3RR_x}{3R + R_x}} = \frac{2R^2}{R} \frac{1 + \frac{3R_x}{3R + R_x}}{3 + \frac{3R_x}{3R + R_x}}$$

$$R_b = 2R \frac{3R + R_x + 3R_x}{9R + 3R_x + 3R_x} = 2R \frac{3R + 4R_x}{9R + 6R_x}$$

$$R_b = R_a \quad \frac{5}{6} R = 2R \frac{3R + 4R_x}{9R + 6R_x}$$

$$12(3R + 4R_x) = 5(9R + 6R_x)$$

$$36R + 48R_x = 45R + 30R_x$$

$$18R_x = 9R$$

$$R_x = R/2$$

15R_x + 4R = 10R

$$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{2R}$$

$$\frac{6}{5R} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R + R_{e1}} \Rightarrow \frac{1}{R + R_{e1}} = \frac{2}{10R}$$

$$R + R_{e1} = \frac{10}{2} R$$

$$R_{e1} = \frac{3}{2} R$$

$$\frac{3RR_x}{3R + R_x} = \frac{3R}{2}$$

$$2R_x = 3R + R_x$$

$$6R_x = 3R \quad (R_x = 1/2 R)$$