Општа напомена: Ако је ученик решио задатак на физички коректан начин који није овде предвиђен, свакако признати решење. Ако је цео поступак тачан а такмичар начини грешку у последњој рачунској операцији признати 18 бодова. Ако је рачунска грешка у другој половини задатка 15 бодова, а ако је поступак тачан до краја а већ у првој половини задатка је начињена рачунска (нумеричка) грешка, признати 10 бодова.

1) На тестирању на равном делу стазе тркачки аутомобил полази из мировања и креће се прво са константним убрзањем од $5 m/s^2$, затим се неко време креће једнолико а потом кочи до заустављања са константним успорењем од $5\ m/s^2$. Познато је да је укупно време кретања 25 s а пређени пут износи 500 m.

а) Показати да је време убрзаног кретања (t_1) једнако времену успореног кретања (t_3).

б) Израчунати време једноликог кретања (t_2).

в) Израчунати време убрзаног и успореног кретања (t_1; t_3).

г) Нацртати график брзине у зависности од времена.

Напомена: ако се задатак решава горњим редоследом, избегава се појава квадратне једначине при решавању.

(Регионално такмичење ученика I разреда средњих школа '95, припремили Весна Ђокић и Игор Виденовић)

$a_1 = a_2 = 5\ m/s^2 \quad t = 25\ s \quad s = 500\ m$ $\qquad s = s_1 + s_2 + s_3$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad t = t_1 + t_2 + t_3$

$t_1,\ t_2,\ t_3,\ v = v(t)$ $\qquad$ Одговарајући путеви:

$s_{ub} = a_1 t^2/2 \qquad s_{jed} = v_o t \qquad s_{us} = v_o t - a_2 t^2/2$

Сада конкретизујемо: ако је t_1 време убрзаног кретања, онда је:

$s_1 = a_1 t_1^2/2$ док почетна брзина једноликог кретања мора бити

$v_o = a_1 t_1 \quad s_2 = a_1 t_1 t_2 \quad s_3 = v_o t_3 - a_2 t_3^2/2\ ;\ v_3 = v_o - a_2 t_3$

Како је после времена t_3 брзина једнака нули, имамо $v_o = a_2 t_3$ што даје $a_1 t_1 = a_2 t_3$. Како је $a_2 = a_1$ следи да је $t_3 = t_1$.

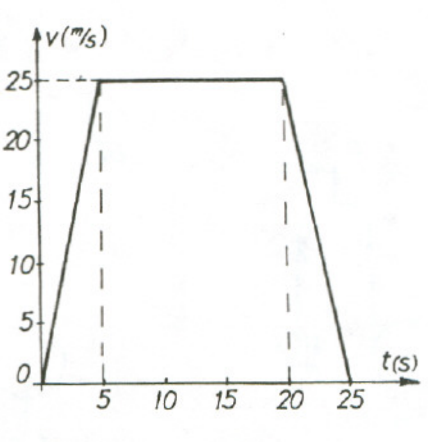
б) $s = 2 a_1 t_1/2 + a_1 t_1 t_2 = a_1 t_1 + a_1 t_1 t_2$ Како је $t_1 = (t - t_2)/2$ заменом у s налазимо:

$s = a_1 (t - t_2)^2/4 + a_1 t_2 (t - t_2)/2 = \ldots = a_1 t^2/4 - a_1 t_2^2/4$

Коначно: $t_2 = (t^2 - 4s/a_1)^{1/2} = (625 - 400)^{1/2} = 15\ s$

в) $t_1 = (t - t_2)/2 = (25 - 15)/2 = 5\ s \qquad v_1 = 5 \times 5 = 25\ m/s$

г)

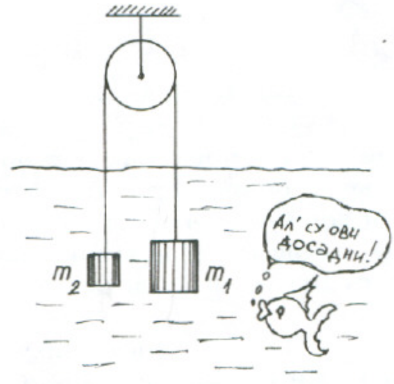


2) Наћи како и са којим убрзањем ће се кретати тегови у ситуацији приказаној на слици. Подаци су:

$m_1 = 1{,}3\ kg$; $\rho_1 = 2700\ kg/m^3$;

$m_2 = 1\ kg$; $\rho_2 = 8900\ kg/m^3$.

Тегови се налазе у води густине $\rho v = 1000\ kg/m^3$ и у њима нема шупљина. Трење и масу котураче занемарити. Такође занемарити масу нити која је нерастеглива. Израчунати и силу затезања нити. По завршеном рачуну приказати цртежом (у одговарајућој размери) силе које делују на тела.

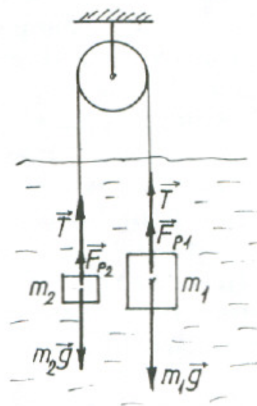


$m_1 = 1{,}3\ kg$ $m_2 = 1\ kg$ $\rho_1 = 2700\ kg/m^3$

$\rho_2 = 8900\ kg/m^3$ $\rho_v = 1000\ kg/m^3$ $g = 10\ ms^{-2}$

---

a, T



Претпоставимо да тело масе m_1 "вуче" систем надоле. Изаберимо тај смер убрзања као позитиван. Тада имамо следеће једначине за тегове:

(I) $m_1 a = m_1 g - F_{p1} - T$

(II) $m_2 a = T - m_2 g + F_{p2}$

Сабирамо ове две једначине: $(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g - (F_{p1} - F_{p2})$

$(m_1 + m_2)a = (\ m_1(1 - \rho_v/\rho_1) - m_2(1 - \rho_v/\rho_2)\ )\ g$

$2{,}3\ a = (1{,}3 \times 0{,}63 - 1 \times 0{,}89) \times 10 = (0{,}82 - 0{,}89) \times 10 = - 0{,}7N$

Негативан знак указује да уствари тело мање масе тоне и повлачи навише тело веће масе! Према томе горње једначине изгледају овако:

(I') $m_1 a = T - m_1 g + F_{p1}$ (II') $m_2 a = m_2 g - F_{p2} - T$

што даје. $(m_1 + m_2)a = (\ m_2(1 - \rho_v/\rho_2) - m_1(1 - \rho_v/\rho_1)\ )\ g$

Коначно: $a = 0{,}7 : 2{,}3 = 0{,}3\ ms^{-2}$

Сила затезања из (I'):

$T = m_1 a + m_1 g - F_{p1} = m_1(\ a + (1 - \rho_v/\rho_1)\ g\ )$ $T = 8{,}58\ N$

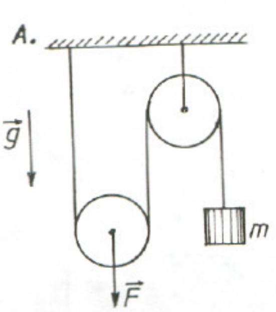
Провера (II'): $T = m_2(g - a) - F_{p2} = m_2((1 - \rho_v/\rho_2)\ g - a) = 8{,}58\ N$

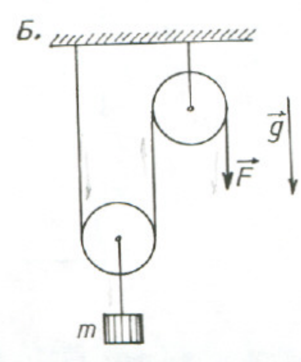
3) На слици су приказана два котура, помични и непомични. Маса помичног котура је 500g.

А) Колики треба да буде интензитет силе $\vec{F}$ којом треба деловати на помични котур ;

Б) Колики треба да буде интензитет силе $\vec{F}$ којом треба деловати на непомични котур ;

да би тело масе m = 100 kg мировало. ("Млади физичар" бр 54/95)

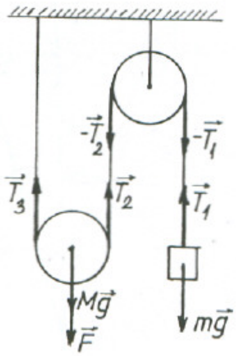


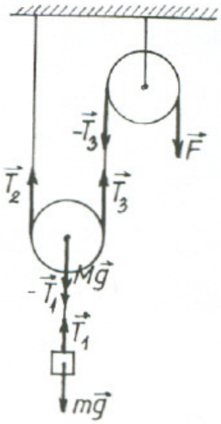


$M = 0{,}5$ kg $m = 100$ kg $g = 10\ ms^{-2}$

F

Пошто је систем у равнотежи можемо посебно посматрати равнотежу момената, а посебно сила. Једначине за моменте око осе котура дају $T_1 = T_2$ и $T_3 = T_2$ ($= T$) јер је момент сила која делују у тачки на оси једнак нули. Зато посматрамо силе:





1) Покретни котур: $2T = F + Mg$
тело: $T = mg$

$F = 2T - Mg = 2mg - Mg = g(2m - M) =$
$= 10\ (200 - 0{,}5) = 1995$ N

2) Покретни котур: $2T = (M + m)g$
тело: $F = T$

$2F = (M + m)g \quad F = 0{,}5(M + m)g =$
$= 5\ (0{,}5 + 100) = 502{,}5$ N

4) У суду се налази $m = 1$ kg леда на температури $t = -50°$C. суд се током времена равномерно загрева тако да се за време $\tau = 1$h до веде количина топлоте 520 kJ. Приказати графички зависност температуре садржаја суда од времена. Потребне константе: специфична топлота леда : $c_l = 2100$ J/kg K, латентна топлота топљења леда $\lambda = 333$ kJ/kg и специфична топлота воде $c_v = 4186$ J/kg K. Сматрати да је количина топлоте која се троши на загревање суда занемарљива.

$m = 1$ kg $t = -50°$C $\tau = 1$ h $Q = 520$ kJ
$c_l = 2100$ J/kg °C $\lambda = 333$ kJ/kg $c_v = 4186$ J/kg °C

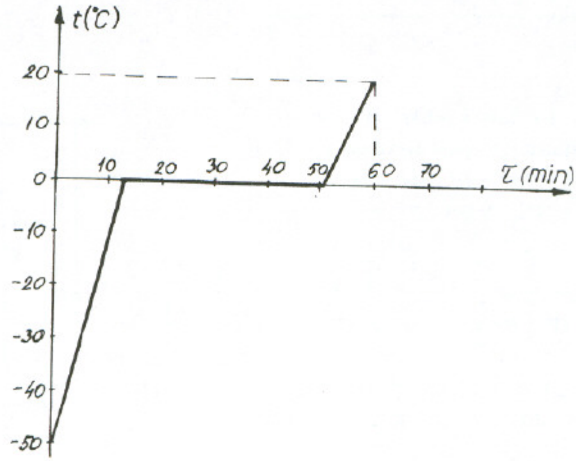
$t = t(\tau)$

На сваком кораку проверамо колико смо енергије утрошили. Пре свега загревамо лед. За његово загревање до 0°C потребно је утрошити:
$Q_l = m\, c_l\,(t_0 - t) \quad Q_l = 1$ kg 2100 J/ kg °C 50 °C = 105 kJ

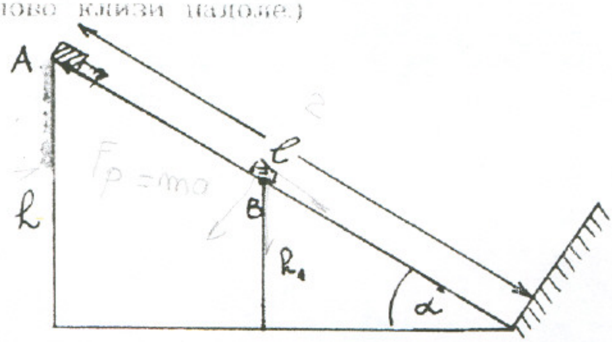
Како сва енергија није утрошена, проверамо да ли можемо и сав лед истопити: $Q_2 = m\,\lambda \quad Q_2 = 1$ kg 333 000 J/kg = 333 kJ
Преостала енергија $Q_3 = 520 - 105 - 333 = 82$ kJ троши се на загревање воде: $\Delta t = Q_3/mc_v \quad \Delta t = 82000/1 \times 4186 = 19{,}6$ °C.

Да би се ове промене графички приказале, потребно је израчунати времена за које се леду (води) доводе ове количине топлоте:

520 kJ: 105 kJ = 1 h : $\tau_1 \Rightarrow \tau_1 = 105/520 = 0{,}202$ h = 12,11 min.
520 kJ: 333 kJ = 1 h : $\tau_2 \Rightarrow \tau_2 = 333/520 = 0{,}64$ h = 38,42 min.
$\tau_3 = 60 - (12{,}11 + 38{,}42) = 60 - 50{,}53 = 9{,}47$ min



5) Стрма раван нагибног угла $\alpha = 30^\circ$ има дужину $\ell = 2$ m. Са врха стрме равни пушта се тело масе $m = 1$ kg да клизи низ раван. У часу када стиже до доњег краја равни, оно има кинетичку енергију $E_k = 7,5$ J. На доњем крају је постављена препрека од које се тело еластично одбија (без губитка енергије). Израчунати до које висине h_1 ће се тело попети уз стрму раван. (Када достигне највишу тачку, тело се зауставља и поново клизи надоле.)



(Обратите пажњу да висина h_1 намерно није нацртана у правој размери.)

$\alpha = 30^\circ$ $\ell = 1$ m $m = 1$ kg $g = 10$ m/s^2 $E_k = 7,5$ J

---

h_1

Профил стрме равни је половина једнакостраничног троугла!

$h = \ell/2$ $h_1 = s/2$ Овај задатак даље можемо радити на два начина:

1) Закон одржања енергије $E_p = A_{tr} + E_k$ A_{tr} = рад силе трења тачније, против силе трења! (Како знамо да има трења ? Види се да је кинетичка енергија мања на дну него потенцијална на врху!

(1) $mgh = A_{tr} + E_k$ $mg\ell/2 = F_{tr}\ \ell + E_k$

(2) $E_k = A_{tr} + mgh_1$ $E_k = F_{tr}\ s + mgs/2$

Ако даље развијамо у општим бројевима: (1) $F_{tr} = (mg\ell/2 - E_k)/\ell$

замена у (2) $E_k = s\,((mg\ell/2 - E_k)/\ell + mg/2) = s\,(mg - E_k/\ell)$

$s = E_k/(mg - E_k/\ell)$ $s = 7{,}5\,/(10 - 7{,}5/2) = 7{,}5/6{,}25 = 1{,}2\,\mathrm{m}$

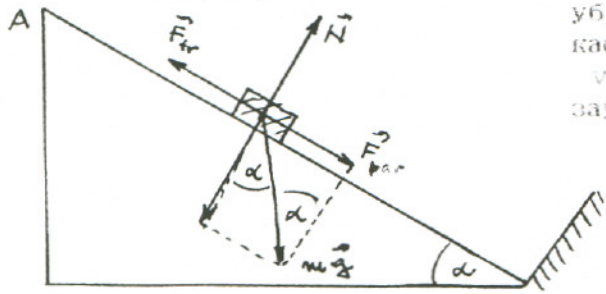
$s = 1{,}2\,\mathrm{m}$ $h_1 = 0{,}6\ \mathrm{m}$

Може се рачунати и део по део: $A_{tr} = mg\ell/2 - E_k = 10 - 7{,}5 = 2{,}5\ \mathrm{J}$

$F_{tr} = A_{tr}/\ell = 2{,}5 : 2 = 1{,}25\ \mathrm{N}$ $E_k = s\,(F_{tr} + mg/2)$

$7{,}5 = s\,(1{,}25 + 5{,}0) = 6{,}25\ s$ $s = 1{,}2\,\mathrm{m}$ $h_1 = 0{,}6\ \mathrm{m}$

Кинематичка верзија: заснива се на изразу $v^2 = 2\ a\ s$ који важи за



убрзано кретање без почетне брзине, као и за успорено кретање где је v почетна брзина а s пут пређен до заустављања.

Ово разлагање важи без обзира у ком смеру се креће тело!

$N = mg\sqrt{3}/2$ $F_{par} = mg/2$

$F_{tr} = \mu\ mg\sqrt{3}/2$

1. силазак: $ma_1 = F_{par} - F_{tr}$; $ma_1 = mg/\ 2 - \mu\ mg\ \sqrt{3}/\ 2 \Rightarrow a_1 = (g/2)(1 - \mu\sqrt{3})$; Брзина на дну равни: $v^2 = 2\ a_1\ \ell = g\ \ell\ (1 - \mu\sqrt{3})$

$v^2/g\ell = 1 - \mu\sqrt{3}$; $\mu\sqrt{3} = 1 - v^2/g\ell = 1 - 2E_k/mg\ell = 1 - 3/4 = 1/4$

2. пењање: тело креће са почетном брзином v_1 и креће се до заустављања. $v^2 = 2\ a_2\ s$ рачунајући на исти начин:

$a_2 = (g/2)(1 + \mu\sqrt{3}) = (g/2)(1 + 1/4) = 5g/8$ Ово даје:

$s = v^2/2a_2 = (2E_k/m)\ (1/2)\ 1/(5g/8) = 8E_k/5mg = 1{,}2\,\mathrm{m}$

Овај резултат се може добити и у општим бројевима:

$\mu = 1/\sqrt{3}\,(1 - 2E_k/mg\ell) \Rightarrow s = v^2/2a_2 = (2E_k/m)(1/2)\ 1/(\ g/2(\ 1 + 1 - 2E_k/mg\ell)\ ) = E_k\ \ell\ /(mg\ell - E_k)$ (Исто као и горе!)