

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
26.04.2015.

VIII РАЗРЕД

- Докажи да је за било које целе бројеве a, b, c, d производ $abcd(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)(a^2 - d^2)(b^2 - c^2)(b^2 - d^2)(c^2 - d^2)$ дељив са 7.
- Израчунај запремину тростране пирамиде која има пет ивица дужине a и једну ивицу дужине $a\sqrt{2}$.
- Нека је M тачка на мањем луку BC кружнице описане око квадрата $ABCD$ странице a . Нека је P пресек AM са BD , Q пресек DM са AC . Израчунај површину четвороугла $APQD$.
- Нека су a, b, c природни бројеви такви да је $\frac{a\sqrt{3}+b}{b\sqrt{3}+c}$ рационалан број. Докажи да је $\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$ цео број.
- Нека је n паран број. Два играча играју игру тако што наизменично пишу на табли по један број из скупа $\{6, 7, 8, 9\}$, све док на табли не буде написано n бројева. У игри побеђује други играч ако је збир свих написаних бројева дељив са 9, а у супротном побеђује први играч. Који играч има победничку стратегију ако је: а) $n = 12$; б) $n = 14$?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.