

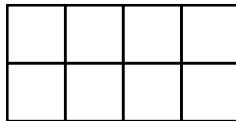
Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа

18.03.2023.

V разред

1. Елементи скупова A , B и C су, редом, слова речи СЕЛЕКЦИЈА, СЕКЦИЈА и ЛЕКЦИЈА. Одреди скупове A , B , C , $C \cup (A \setminus B)$, $C \cap (B \setminus A)$.
2. Збир углова α , β и γ једнак је 180° . Углови α и β су комплементни, а углови 5β и γ суплементни. Одреди мере углова α , β и γ .
3. Одреди збир свих разломака облика $\frac{a}{b}$ ($a \in N$, $b \in N$) ако је $a < b$ и производ имениоца и бројиоца тог разломка је једнак 30.
4. Књига је одштампана тако што је број стране штампан само на парним странама (2, 4, 6, 8, 10, ...). Последња нумерисана страна је имала одштампан број 234. Колико непарних цифара је укупно одштампано при нумерацији страна ове књиге?
5. Осам једнаких квадрата је спојено у један правоугаоник (види слику). Збир површина свих квадрата који се могу уочити на овој слици је 80 cm^2 . Израчунај збир површина свих правоугаоника, који нису квадрати, а који се могу уочити на слици.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложи.

V РАЗРЕД

**Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.**

1. (МЛ 57-2) Скупови A , B и C су $A = \{C, E, Л, К, Ц, И, Ј, А\}$ [2 бода], $B = \{C, E, К, Ц, И, Ј, А\}$ [2 бода] и $C = \{Л, E, К, Ц, И, Ј, А\}$ [2 бода]. Како је $A \setminus B = \{л\}$ [3 бода], то је $C \cup (A \setminus B) = \{Л, E, К, Ц, И, Ј, А\}$ [4 бода], а како је $B \setminus A = \emptyset$ [3 бода], то је и $C \cap (B \setminus A) = \emptyset$ [4 бода].

2. Како је збир $\alpha + \beta = 90^\circ$ и збир $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, то је $\gamma = 90^\circ$ [6 бодова]. Углови 5β и γ су суплементни, па је $5\beta + \gamma = 180^\circ$, тј. $5\beta = 90^\circ$. Дакле, $\beta = 18^\circ$ [8 бодова] и $\alpha = 72^\circ$ [6 бодова].

3. Пошто је $30 = 1 \cdot 30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$, то су разломци који задовољавају услове задатка: $\frac{1}{30}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{10}$ и $\frac{5}{6}$ [сваки тачно записан разломак по 3 бода]. Њихов збир је $\frac{39}{30} = \frac{13}{10} = 1,3$ [8 бодова за било који облик разломка].

4. За нумерацију једноцифреним бројевима није употребљена ниједна непарна цифра. За нумерацију двоцифреним бројевима, непарна цифра може бити само на месној вредности десетица, па је одштампано 25 непарних цифара (по 5 код сваког двоцифреног броја који почиње цифрама 1, 3, 5, 7 или 9) [6 бодова]. Парних троцифрених бројева којима је цифра стотина 1 има 50 па је код њих цифра 1 штампана 50 пута, а такође поново на месној вредности десетица је одштампано 25 непарних цифара. Дакле, код бројева од 100 до 198 одштампано је укупно 75 непарних цифара [6 бодова]. Код троцифрених бројева који почињу цифром 2 непарна цифра може да буде само на месној вредности десетица, па је непарна цифра одштампана укупно 8 пута (210, 212, 214, 216, 218, 230, 232, 234) [6 бодова]. Коначно, укупно је одштампано $25 + 75 + 8 = 108$ непарних цифара [2 бода].

5. На слици се може уочити осам датих квадрата и још три квадрата који се састоје од 4 дата квадрата (види слику).



Дакле, површина свих квадрата који се могу уочити једнака је површини 20 датих квадрата. Ако страницу сваког од осам датих квадрата означимо са a , тада је $20 \cdot a^2 = 80 \text{ cm}^2$, одакле је површина једног малог квадрата 4 cm^2 , а његова страница 2 cm [6 бодова]. На слици имамо:

- 10 правоугаоника чије су странице дужине 2 cm и 4 cm и њихова укупна површина је $10 \cdot 2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 80 \text{ cm}^2$ [4 бодова];
- 4 правоугаоника страница дужине 2 cm и 6 cm и њихова укупна површина је $4 \cdot 2 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$ [3 бодова];
- 2 правоугаоника страница дужине 2 cm и 8 cm и њихова укупна површина је $2 \cdot 2 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$ [2 бодова];
- 2 правоугаоника страница дужине 4 cm и 6 cm и њихова укупна површина је $2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$ [2 бодова];
- и 1 правоугаоник страница дужине 4 cm и 8 cm чија је површина је $4 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$ [2 бодова].

Збир површина свих квадрата, који нису правоугаоници, који се могу уочити је $(80 + 48 + 32 + 48 + 32) \text{ cm}^2 = 240 \text{ cm}^2$ [1 бод].