

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Државно такмичење из математике
ученика основних школа

11.05.2019.

VIII разред

1. Одреди природан број n за који је збир
 $1^{2016} + 2^{2017} + 3^{2018} + 4^{2019} + 5^{2020} + n$
дељив са 13, а вредност израза $|n - 2019|$ најмања могућа.

2. Ако је

$$\frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{1+x_2} + \frac{1}{1+x_3} + \dots + \frac{1}{1+x_{2019}} = 2019$$

и ниједан од бројева $x_1, x_2, \dots, x_{2019}$ не припада скупу $\{-1, 0\}$, одреди вредност израза

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x_1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{x_2}} + \frac{1}{1+\frac{1}{x_3}} + \dots + \frac{1}{1+\frac{1}{x_{2019}}}.$$

3. Нека је дата коцка $ABCD A'B'C'D'$ ивице 4cm и нека је M средиште ивице AB . Израчунај површину пресека равни $MC'D$ и дате коцке.
4. У кружницу k уписан је правоугли троугао ABC (угао код C је прав). Нека је тачка K средиште лука BC кружнице k који не садржи тачку A ; N средиште дужи AC и M друга тачка пресека праве KN и кружнице k . Тангенте на кружницу k , у тачкама A и C , секу се у тачки E . Докажи да је угао EMK прав.
5. На странама коцке написани су различити природни бројеви од 1 до 6 на произвољан начин. Затим је у сваком темену коцке написан збир три броја на странама коцке које се састају у том темену. Одреди највећу могућу вредност најмањег од тих осам збирова.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.