

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Државно такмичење из математике  
ученика основних школа

11.05.2019.

VII разред

1. Ако је  $\sqrt{49-x^2} - \sqrt{25-x^2} = 3$ , одреди вредност израза  $\sqrt{49-x^2} + \sqrt{25-x^2}$ .
2. Одреди све начине на које се број 2019 може представити као збир узастопних целих бројева (два или више).
3. У оштроуглом троуглу  $ABC$ , тачке  $D$  и  $E$  су подножја висина из  $C$  и  $A$ , тим редом, при чему важи  $AD = BC$ . Ако је  $F$  подножје нормале из тачке  $D$  на дуж  $AE$ , докажи да је полуправа  $BF$  симетрала угла  $ABC$ .
4. Дат је правоугли троугао  $ABC$  са правим углом код темена  $C$  и углом  $BAC$  од  $20^\circ$ . На хипотенузи  $AB$  дате су тачке  $O$  и  $D$ , такве да је  $D$  средиште дужи  $OB$ , а круг са центром у  $O$ , полупречника  $OD$ , додирује страницу  $AC$ . Одреди величину угла  $BOD$ .
5. За природан број кажемо да је *добар* ако се при његовом разлагању на просте чиниоце, сваки прост чинилац појављује са непарним изложиоцем. (На пример,  $17 = 17^1$ ,  $35 = 5^1 \cdot 7^1$ ,  $54 = 2^1 \cdot 3^3$  су добри бројеви.) Одреди највећи број  $n$  такав да постоји  $n$  узастопних природних бројева који су сви добри.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.