

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја**  
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Државно такмичење из математике ученика основних школа**  
**29.04.2017.**

**VIII разред**

1. Реши систем једначина

$$\frac{x+y}{xyz} = \frac{1}{6}; \quad \frac{y+z}{xyz} = \frac{4}{15}; \quad \frac{z+x}{xyz} = \frac{7}{30}.$$

2. Нека је  $ABCS$  правилна тространа пирамида, са основом  $ABC$ , код које су бочне ивице двапут дуже од ивице основе и нека је  $E$  тачка бочне ивице  $BS$ . Нагибни угао равни  $ACE$  према основи једнак је половини нагибног угла бочне стране према основи. Одреди однос у којем раван  $ACE$  дели запремину пирамиде.
3. Нека је  $N$  најмањи природан број који има тачно 2017 делилаца у скупу природних бројева. Докажи да  $N$  има бар 605 цифара.
4. На страници  $AB$  квадрата  $ABCD$  је тачка  $E$ , а на страници  $CD$  тачка  $F$ , тако да је  $AE : EB = 1 : 2$  и  $CF : FD = 1 : 1$ . Нека дужи  $BF$  и  $DE$  секу дијагоналу  $AC$  у тачкама  $N$  и  $M$ , редом. Докажи да су троуглови  $AME$  и  $CFN$  слични.
5. На 2018 картица исписани су цели бројеви од 0 до 2017. Затим су картице постављене на сто у један ред у произвољном поретку. Играчи  $A$  и  $B$  наизменично узимају по једну картицу, али при том могу да узму само једну од две крајње картице. Игру почиње играч  $A$ . Игра се завршава кад су све картице узете, а победник је играч код кога је збир бројева на узетим картицама већи. Докажи да један од играча има победничку стратегију. Који?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.