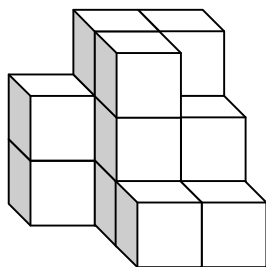


ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 09.12.2022.

V РАЗРЕД

1. У петом разреду једне школе има 60 ученика од којих 39 за ужину купује кифле, 28 купује перече, а 16 ученика и кифле и перече. Колико ученика не купује ни кифле ни перече?
2. Запиши све подскупове скупа $\left\{\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}\right\}$ такве да је збир свих елемената тог подскупа мањи од $\frac{7}{9}$.
3. Одреди све шестозифрене бројеве облика $\overline{202a2b}$ који су дељиви и са 3 и са 4.
4. Дат је правоугаоник $ABCD$ и тачке E и F такве да је E између A и B , а тачка F између C и D . Запиши све троуглове чија темена припадају скупу $\{A, B, C, D, E, F\}$?
5. Мила је направила тело од 15 једнаких коцки (види слику). Израчунај површину и запремину овог тела ако је површина стране која је на тлу једнака 112 cm^2 .



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Од 39 ученика који купују кифле, њих 16 купује и кифле и перече, а њих 23 купује само кифле [6 поена]. Од 28 ученика који купују перече, њих 16 купује и кифле и перече, а њих 12 купује само перече [6 поена]. Дакле, барем нешто од кифли и переча купује $16 + 23 + 12 = 51$ ученик [4 поена], а њих $60 - 51 = 9$ не купује ни кифле ни перече [4 поена].
2. Тражених подскупова има 12: $\left\{\frac{1}{9}\right\}, \left\{\frac{2}{9}\right\}, \left\{\frac{3}{9}\right\}, \left\{\frac{4}{9}\right\}, \left\{\frac{5}{9}\right\}, \left\{\frac{1}{9}, \frac{2}{9}\right\}, \left\{\frac{1}{9}, \frac{3}{9}\right\}, \left\{\frac{1}{9}, \frac{4}{9}\right\}, \left\{\frac{1}{9}, \frac{5}{9}\right\}, \left\{\frac{2}{9}, \frac{3}{9}\right\}, \left\{\frac{2}{9}, \frac{4}{9}\right\}$ и $\left\{\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}\right\}$ [Првих 5 тачно наведених подскупова бодовати са по 1 поен, следећих шест са по 2 поена и последњи са 3 поена. За сваки нетачно наведени подскуп одузети по 1 поен. Укупан број поена не може бити негативан].
3. (МЛ 57-1) Из $4 \mid \overline{202a2b}$ следи $4 \mid \overline{2b}$, па је $b \in \{0, 4, 8\}$. Да би $3 \mid \overline{202a2b}$ мора да $3 \mid (6 + a + b)$. Ако је:
 - а) $b = 0$, онда $3 \mid (6 + a)$ па је $a \in \{0, 3, 6, 9\}$ и тражени бројеви су 202020, 202320, 202620, 202920 [Сваки тачно одређен број по 2 поена];
 - б) $b = 4$, онда $3 \mid (10 + a)$ па је $a \in \{2, 5, 8\}$ и тражени бројеви су 202224, 202524, 202824 [Сваки тачно одређен број по 2 поена];
 - в) $b = 8$, онда $3 \mid (14 + a)$ па је $a \in \{1, 4, 7\}$ и тражени бројеви су 202128, 202428, 202728 [Сваки тачно одређен број по 2 поена].
4. (МЛ 56-3) У сваком троуглу једно теме мора бити са једне од страница AB или CD , а друга два са наспрамне странице. Постоји 18 тражених троуглова: $AED, ABD, EBD, AEF, ABF, EBF, AEC, ABC, EBC, ADF, ADC, AFC, EDF, EDC, EFC, BDF, BDC, BFC$ [Сваки тачно наведени троугао по 1 поен. Ако ученик наведе све троуглове 20 поена].
5. (МЛ 56-1) Тело које је Мила направила додирује тло са 7 коцки које је ређала [3 поена]. Дакле, површина стране тела која додирује тло је 7 пута већа од површине једне стране коцке, па је површина једне стране коцке 16 cm^2 , а дужина ивице коцке 4 cm [4 поена]. Запремина коцке једнака је збиру запремина свих коцки, тј. $15 \cdot 64 \text{ cm}^3 = 960 \text{ cm}^3$ [5 поена]. Да би одредили површину тела, одредимо од колико страна коцке је оно састављено. Ако тело гледамо са предње или задње стране видимо 8 страна коцки, а ако гледамо са леве стране, са десне стране, одоздо и одозго видимо 7 страна. Дакле, тело је састављено од 44 страна коцке па је површина тела $44 \cdot 16 \text{ cm}^2 = 704 \text{ cm}^2$ [8 поена].