

VI RAZRED

Zadaci za III stepen takmičenja

(Svaki tačno rašeni zadatak vredi 20 poena)

- 1) Trkač je pretrčao stazu dužine 720 m tako što je polovinu staze trčao brzinom 9 m/s, trećinu staze brzinom 8 m/s a ostatak brzinom 6 m/s. Kolika je srednja brzina trkača na celom putu?
- 2) Pod dejstvom sile od 3N opruga ima dužinu 12 cm, a pod dejstvom sile od 6 N, dužinu 14 cm. Kolika je dužina opruge kada na nju ne deluje sila?
- 3) Šlep pušten sam rekom, prelazi put od mesta A do mesta B za 6 h. Ako ga vuče tegljač koji razvija brzinu od 5 km/h u odnosu na reku, put od mesta B do mesta A prelazi za 4 h. Smatrajući da reka na celom putu ima istu brzinu, naći rastojanja mesta A i B.
- 4) Dve jednake čaše napunjene su sa po 5 ml žive (gustina žive je 13600 kg/m^3). Ukupna masa ovih napunjenih čaša je 196 g. Onda se po 2 ml žive iz svake čaše odliju u treću istu takvu čašu. Kolika je masa sve tri čaše napunjene živom?
- 5) U menzuri se nalazi 300 ml vode. Izmeri se masa m menzure zajedno sa vodom, a zatim se odlije 100 ml vode. Doliva se nepoznata tečnost (koja se ne meša sa vodom) sve dok masa menzure sa vodom i nepoznatom tečnošću ponovo ne bude m. Pri tome je doliveno 150 ml tečnosti. Odrediti gustinu nepoznate tečnosti, ako je gustina vode $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$.

NAPOMENA: Nikakav dodatni podatak nije potreban za rešavanje ovih zadataka. Ukoliko smatrate da nemožete dati jednoznačno rešenje na bazi datih podataka, diskutujte moguća rešenja. Moguće je da neki podatak izgleda suvišan, to je s toga što postoje različiti pristupi problemu.

Uvek uz račun napišite i obrazloženje rečima!

ŽELIMO VAM USPEŠAN RAD !

VI RAZRED III stepen lakšičenja št. 1991/92

Rešenja zadatka sa uputstvom za bodovanje

Bez obzira na težinu, svi zadaci se boduju podjednako.

$$1) s = 720 \text{ m} \quad s_1 = 1/2 s \quad s_2 = 1/3 s \quad v_{\text{sr}} = s/t = \\ v_1 = 9 \text{ m/s} \quad v_2 = 8 \text{ m/s} \quad v_3 = 6 \text{ m/s} \quad = s/(t_1 + t_2 + t_3)$$

v_{sr}

$$s_1 = 720/2 = 360 \text{ m} \quad s_2 = 720/3 = 240 \text{ m} \quad s_3 = (1 - 1/2 - 1/3) \times 720 = \\ = 720/6 = 120 \text{ m} \quad t_1 = s_1/v_1 \quad t_1 = 360/9 = 40 \text{ s} \quad t_2 = 240/8 = 30 \text{ s} \\ t_3 = 120/6 = 20 \text{ s} \quad v_{\text{sr}} = 720/(40 + 30 + 20) = 8 \text{ m/s}$$

(Za svaki izračunati deo puta po 3 poena, za svako vreme po 2 poena i za srednju brzinu 5 poena.)

$$2) F_1 = 3 \text{ N} \quad l_1 = 12 \text{ cm} \quad l_1 = l_0 + \Delta l_1 \quad (1)$$

$$F_2 = 6 \text{ N} \quad l_2 = 14 \text{ cm} \quad l_2 = l_0 + \Delta l_2 \quad (2)$$

l_0

$$\Delta l_2 : \Delta l_1 = F_2 : F_1 \quad (3)$$

Iz relacije (3) sledi da je $\Delta l_2 = 2 \Delta l_1$. Nadalje se može raditi na dva načina:

$$a) l_2 - l_1 = \Delta l_2 - \Delta l_1 = \Delta l_1 \text{ odatle } \Delta l_1 = 14 - 12 = 2 \text{ cm.}$$

Nadalje je $l_0 = l_1 - \Delta l_1 = 10 \text{ cm}$ (Može i pomoću l_2 .)

$$b) l_2 = l_1 + \Delta l_1 \text{ odakle se opet dobija } \Delta l_1 = 2 \text{ cm itd.}$$

(Za napisane sve tri relacije (1,2,3) se dobijaju 6 poena. Izračunavanje veze Δl_2 i Δl_1 donosi još 5 poena. Kada se nadje Δl_1 (ili Δl_2) to donosi još 5 poena, a izračunavanje l_0 donosi poslednja 4 poena.)

$$3) t_1 = 6 \text{ h} \quad t_2 = 4 \text{ h} \quad v = 5 \text{ km/h} \quad \text{Očigledno mesto B}$$

leži nizvodno od

mesta A jer od A do B slop plavi sam. Ako označimo sa v_r brzinu reke a sa v brzinu tegljača, imamo:

$$v_r t_1 = s \quad \text{Odatle je } v_r t_1 = (v - v_r) t_2 \text{ što daje:}$$

$$(v - v_r) t_2 = s \quad 6 v_r = 4 (5 - v_r) \quad 6 v_r = 20 - 4 v_r$$

$$10 v_r = 20 \quad v_r = 2 \text{ km/h} \quad \text{odakle je } s = 2 \times 6 = 12 \text{ km.}$$

(Ako se postavi sistem jednačina, 7 poena, ako se postavi jednačina za v_r , još 3 poena, izračunavanje v_r još 7 a konačno sa s svih 20 poena.)

$$4) m = 196 \text{ g} \quad V_2 = 2 \text{ ml} \quad \rho = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad V_1 = 5 \text{ ml}$$

Pitao je uostiti da se masa m' razlikuje od mase m samo za masu jedne čaše mč, m' kalibracija čaše nije promenjena.

$$m' = m + m_{\text{č}} \quad m = 2m_{\text{č}} + 2V_2 \rho = 196 - 2m_{\text{č}} + 2 \times 5 \times 13,6$$

$$m_{\text{č}} = (196 - 136) / 2 = 30 \text{ g} \quad \rightarrow m' = 196 + 30 = 226 \text{ g}$$

(Postoji nerazvno mogućnost da se prvo izračuna masa čaše, pa masa svake čaše posle prelivanja šive, što takođe treba prihvatiti. Vrlo je važno, da ako učenik pravilno iznese polaznu ideju, a pogreši u računu, bude mu priznato bare 10 poena.)

$$5) V_1 = 300 \text{ ml} \quad V_2 = 100 \text{ ml} \quad V_3 = 150 \text{ ml} \quad \rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Zadatak se može jednostavno rešiti ako se uoči da 150 ml nepoznate tečnosti ima istu masu kao 100 ml vode. $V_2 \rho_0 = V_3 \rho$
 Odatle je $\rho = 666,666 \text{ kg/m}^3$. Može se raditi i postupnije preko uvođenja nepoznate mase merene koja se se kasnije izgubiti iz računa.

(Bez obzira na metod, treba vrednovati svaki međukorak.)

$$\begin{aligned}
 1. \quad S &= 720 \text{ m} \\
 v_1 &= 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 s_1 &= \frac{S}{3} \\
 s_2 &= \frac{S}{3} \\
 v_2 &= 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 v_3 &= 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 \hline
 v_{sr} &= ?
 \end{aligned}$$

$$v_{sr} = \frac{S_{\text{tot}}}{t_{\text{tot}}} = \frac{S}{\frac{S}{v_1} + \frac{S}{v_2} + \frac{S}{v_3}} = \frac{S}{\frac{S}{9} + \frac{S}{8} + \frac{S}{6}} = \frac{S}{\frac{2}{3} + \frac{3}{8} + \frac{5}{6}} = \frac{720 \text{ m}}{2 \cdot 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3 \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 6 \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{720 \text{ m}}{40 \text{ s} + 30 \text{ s} + 20 \text{ s}} = \frac{720 \text{ m}}{90 \text{ s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad F_1 &= 3 \text{ N} \\
 l_1 &= 12 \text{ cm} \\
 F_2 &= 6 \text{ N} \\
 l_2 &= 14 \text{ cm} \\
 \hline
 l_0 &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= l_0 + \Delta l_1 \\
 l_2 &= l_0 + \Delta l_2 \\
 \hline
 l_1 &= l_0 + \Delta l_1 / 2 \\
 l_2 &= l_0 + 2 \Delta l_1 \\
 \hline
 -2l_1 &= -2l_0 - 2\Delta l_1 \\
 l_2 &= l_0 + 2\Delta l_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_1 \cdot l_1 &= F_2 \cdot l_2 \\
 \Delta l_1 &= \frac{3 \text{ N}}{6 \text{ N}} = \frac{1}{2} \\
 \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} &= \frac{1}{2} \quad \Delta l_2 = 2\Delta l_1 \\
 \hline
 l_2 - 2l_1 &= -l_0 \\
 l_0 &= 2l_1 - l_2 \\
 l_0 &= 2 \cdot 12 \text{ cm} - 14 \text{ cm} \\
 l_0 &= 24 \text{ cm} - 14 \text{ cm} \\
 \boxed{l_0} &= 10 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad t_1 &= 6 \text{ h} \\
 v &= 5 \text{ km/h} \\
 t_2 &= 4 \text{ h} \\
 \hline
 s &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s &= v \cdot t_1 \\
 s &= (v - u) \cdot t_2 \\
 v \cdot t_1 &= (v - u) \cdot t_2 \\
 u(t_1 + t_2) &= vt_2 \\
 u &= \frac{t_2}{t_1 + t_2} \cdot v \\
 \boxed{u} &= \frac{4 \text{ h}}{10 \text{ h}} \cdot 5 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2 \frac{\text{km}}{\text{h}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s &= v \cdot t_1 \\
 \boxed{s} &= 2 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 6 \text{ h} = 12 \text{ km}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad V_1 &= V_2 = 5 \text{ ml} = 5 \text{ cm}^3 \\
 \rho_{\text{Z}} &= 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\
 m_1 + m_2 &= 196 \text{ g} \\
 V_3 &= 2 \text{ ml} = 2 \text{ cm}^3 \\
 \hline
 M_1, M_2, M_3 &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m &= \rho \cdot V = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 5 \text{ cm}^3 = 68 \text{ g} \text{ masa g gęstości} \\
 m_1 + m_2 &= 2m_0 + 2m = 196 \text{ g} \\
 m_0 &= \frac{(m_1 + m_2) - 2m}{2} = \frac{196 \text{ g} - 2 \cdot 68 \text{ g}}{2} \\
 m_0 &= \frac{196 \text{ g} - 136 \text{ g}}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ g}
 \end{aligned}$$

$$m_4 = \rho \cdot V_3 = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 2 \text{ cm}^3 = 27,2 \text{ g}$$

$$M_1 = m_0 + m - m_4 = 30 \text{ g} + 68 \text{ g} - 27,2 \text{ g} = 98 \text{ g} - 27,2 \text{ g} = 70,8 \text{ g}$$

$$M_2 = m_0 + m - m_4 = 70,8 \text{ g}$$

$$M_3 = m_0 + 2m_4 = 30 \text{ g} + 2 \cdot 27,2 \text{ g} = 30 \text{ g} + 54,4 \text{ g} = 84,4 \text{ g}$$

$$5. V = 300 \text{ ml} = 300 \text{ cm}^3$$

$$V_1 = 100 \text{ ml} = 100 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 150 \text{ ml} = 150 \text{ cm}^3$$

$$\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = ?$$

$$m_{V_1} = \rho_V \cdot V = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 300 \text{ cm}^3 = 300 \text{ g}$$

$$m_{\text{og}} = \rho_V \cdot V_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 100 \text{ cm}^3 = 100 \text{ g}$$

$$m_{V_2} = m_{V_1} - m_{\text{og}} = 200 \text{ g}$$

$$m = m_0 + m_{V_1}$$

$$m = m_0 + m_{V_2} + \rho \cdot V_2$$

$$m_0 + m_{V_1} = m_0 + m_{V_2} + \rho \cdot V_2$$

$$m_{V_1} - m_{V_2} = \rho \cdot V_2$$

$$\rho = \frac{m_{V_1} - m_{V_2}}{V_2} = \frac{300 \text{ g} - 200 \text{ g}}{150 \text{ cm}^3} = \frac{100 \text{ g}}{150 \text{ cm}^3} = \frac{2}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho = 0,6667 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$