

Друштво математичара Србије  
ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

7. разред

23.01.2016.

1. Ако су  $a$  и  $b$  цели бројеви и  $a\sqrt{2} + b = \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2 - 5}$ , израчунај разлику  $a - b$ .
2. Израчунај: а)  $(-3\sqrt{5})^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot (2\sqrt{10})^2$ ; б)  $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2$ .
3. Дијагонале једнакокраког трапеза се секу под правим углом. Ако је површина трапеза  $32 \text{ cm}^2$ , израчунај његову висину.
4. Странице четвороугла  $ABCD$  су  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $BC = 13 \text{ cm}$ ,  $CD = 16 \text{ cm}$ ,  $DA = 20 \text{ cm}$ , а дијагонала  $AC = 12 \text{ cm}$ . Израчунај површину четвороугла  $ABCD$ .
5. Колико има петоцифрених бројева  $\overline{1*76*}$  који су дељиви са 18?

Сваки задатак се бодује са по 20 поена.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу

7. разред

1. Због  $4 - 3\sqrt{2} < 0$  је  $\sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2} - 4$  [10 поена], па се дата једнакост своди на  $a\sqrt{2} + b = 3\sqrt{2} - 9$ .  
Како су  $a$  и  $b$  цели бројеви, следи да је  $a = 3$ ,  $b = -9$ ,  $a - b = 12$  [10 поена]. [МЛ 5/49, стр. 15, зад. 13]
2. а)  $-17$  [10 поена]; б)  $\frac{7}{6}$  [10 поена]. [МЛ 1/50, стр. 19, зад. 10]
3. Из  $P = 32 = \frac{1}{2}d^2$  се добија да је дијагонала трапеза  $d = 8 \text{ cm}$ . [5 поена] Ако су  $x$  и  $y$  делови на које једна дијагонала дели другу, а  $a$  и  $b$  дужине основица, онда је  $a = x\sqrt{2}$ ,  $b = y\sqrt{2}$  и  $a + b = (x + y)\sqrt{2} = d\sqrt{2}$ , па је збир страница  $a + b = 8\sqrt{2} \text{ cm}$ . [10 поена] Из формулe за површину се добија да је висина  $h = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ . [5 поена] [МЛ 5/49, стр. 15, зад. 14]
4. На основу обрнуте Питагорине теореме, троуглови  $ABC$  и  $ACD$  су правоугли [10 поена]. Површина је  $(\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16) \text{ cm}^2 = 126 \text{ cm}^2$ . [10 поена]
5. Тражени број мора бити паран, па му последња цифра може бити 0, 2, 4, 6 или 8 [6 поена]. Како збир цифара траженог броја мора бити делив са 9 [7 поена], за сваку од поменутих 5 могућности постоји по једна могућност за избор друге цифре, сем за 4, када постоје две могућности (0 и 9). Укупно има 6 таквих бројева [7 поена].