Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа 25.02.2017.

VII разред

1. Израчунај $3,\overline{3}\cdot 6,\overline{6}$. Резултат запиши у облику децималног броја (*Напомена*: $3,\overline{3}=3,333\ldots$).

2. Напиши израз $\dfrac{16^{n+1}\cdot 2^{5n+3}}{8^{3n}}:\dfrac{4^2}{4^n}$ као степен чија је основа број 2.

3. Нека су M и N тачке на страницама AB и BC, редом, квадрата $ABCD$, такве да је $AM=BN$. Одреди збир углова MAN, MDN и MCN.

4. Дат је троугао ABC и једнакостранични троуглови ABC_1 и BCA_1 који са троуглом ABC немају заједничких унутрашњих тачака.
   а) Докажи да је $AA_1=CC_1$;
   б) Одреди угао између правих AA_1 и CC_1.

5. На кошаркашком турниру свака екипа одиграла је са сваком од осталих екипа по једну утакмицу. На крају турнира испоставило се да је 90% екипа постигло бар по једну победу. Колико екипа је учествовало на турниру? (*Напомена*: у кошарци нема нерешених резултата.)

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

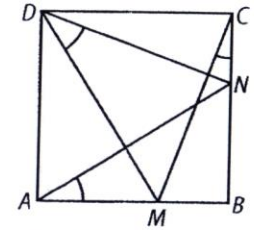
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. $3,\overline{3}\cdot 6,\overline{6}=3\frac{1}{3}\cdot 6\frac{2}{3}$ (**7 поена**) $=\frac{10}{3}\cdot\frac{20}{3}=\frac{200}{9}$ (**7 поена**) $=22,\overline{2}$ (**6 поена**).

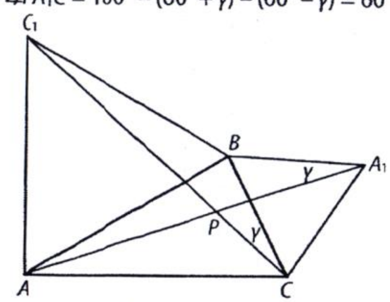
2. (**МЛ LI-2**) $\dfrac{16^{n+1}\cdot 2^{5n+3}}{8^{3n}}:\dfrac{4^2}{4^n}=\dfrac{2^{4n+4}\cdot 2^{5n+3}}{2^{9n}}\cdot\dfrac{2^{2n}}{2^4}$ (**5 поена**)

$=2^{4n+4+5n+3-9n+2n-4}$ (**10 поена**) $=2^{2n+3}$ (**5 поена**).

3. Из подударности правоуглих троуглова ABN и DAM добијамо да је $\measuredangle MAN=\measuredangle ADM$ (**5 поена**), а из подударности правоуглих троуглова BCM и CDN да је $\measuredangle MCN=\measuredangle NDC$ (**5 поена**). Следи да је $\measuredangle MAN+\measuredangle MDN+\measuredangle MCN=\measuredangle ADM+\measuredangle MDN+\measuredangle NDC=90°$ (**10 поена**).



4. (**МЛ LI-1**) а) Како је $\measuredangle ABA_1=\measuredangle ABC+60°=\measuredangle C_1BC$, троуглови AA_1B и C_1CB су подударни (СУС), па је $AA_1=CC_1$ (**5 поена**).
б) Нека је P пресек дужи AA_1 и CC_1. У троуглу CPA_1 је $\measuredangle A_1CP=60°+\measuredangle BCC_1$, $\measuredangle PA_1C=60°-\measuredangle BA_1A$, при чему је (због подударности доказане под а)) $\measuredangle BCC_1=\measuredangle BA_1A=\gamma$ (**5 поена**). Зато је тражени угао између правих AA_1 и CC_1, као трећи угао троугла CPA_1, једнак $180°-\measuredangle A_1CP-\measuredangle PA_1C=180°-(60°+\gamma)-(60°-\gamma)=60°$ (**10 поена**).



5. Ако је 90% екипа постигло бар по једну победу, онда је преосталих 10% изгубило све утакмице. Међутим, немогуће је да постоје две екипе које су изгубиле све утакмице јер је у њиховом међусобном сусрету једна екипа победила. Дакле, једна екипа чини 10% свих екипа, што значи да је укупан број екипа једнак 10 (**20 поена**; одговор „10" са провером, без образложења да нема других решења бодовати са 10 поена).