Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 18.01.2019.

VIII РАЗРЕД

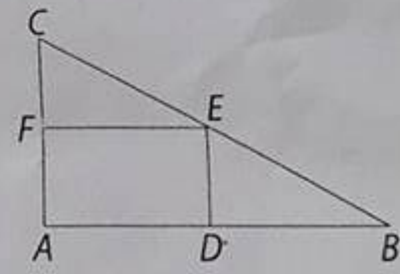
1. Одреди збир свих простих природних бројева x који задовољавају неједначину

$$\left|\frac{x-1}{2}-\frac{5}{2}\right|<3.$$

2. Одреди скуп заједничких решења неједначина:

$$3x-5\leq 4x-\frac{3x-1}{2} \quad и \quad (x-2)^2\leq (x+4)^2.$$

3. У правоуглом троуглу ABC уписан је правоугаоник $ADEF$, као што је приказано на слици. Ако је $AD = 9\text{cm}$, $DE = 6\text{cm}$ и $AC = 10\text{cm}$, израчунај површину троугла ABC.



4. Милашин је провео 9 дана на пијаци продајући лубенице. Сваког дана, почев од другог, продавао је по једну лубеницу више него претходног дана. У првих пет дана продао је исто толико лубеница колико и у последња четири дана. Колико је укупно Милашин продао лубеница за тих 9 дана?

5. У круг површине $100\pi\ \text{cm}^2$ уписан је троугао чије се странице односе као $5:12:13$. Одреди површину тог троугла.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ53-1**) Дата неједначина је редом еквивалентна са

$$\frac{5}{2}-3<\frac{x-1}{2}<\frac{5}{2}+3,\ -\frac{1}{2}<\frac{x-1}{2}<\frac{11}{2},\ -1<x-1<11,\ 0<x<12$$

[**12 бодова**]. Прости бројеви који задовољавају последњи услов су 2, 3, 5, 7 и 11, а њихов збир је 28 [**8 бодова**].

2. (**МЛ52-1**) Решења прве неједначине су одређена са $x \le 11$ [**8 бодова**], а друге са $x \ge -1$ [**8 бодова**]. Тражени скуп је

$$\{x \in R \mid -1 \le x \le 11\}$$ [**4 бода**].

3. (**МЛ52-5**) Катете правоуглог троугла FEC су 4cm и 9cm, а једна катета њему сличног троугла DBE је 6cm, па се из 4cm : 9cm = 6cm : DB добија да је $DB=\frac{9\cdot 6}{4}\text{cm}=\frac{27}{2}\text{cm}$ [**15 бодова**]. Катете датог троугла су 10cm и $\left(9+\frac{27}{2}\right)\text{cm}=\frac{45}{2}\text{cm}$, па је његова површина

$$\frac{1}{2}\cdot 10\text{cm}\cdot\frac{45}{2}\text{cm}=\frac{225}{2}\text{cm}^2$$ [**5 бодова**].

4. Означимо са n број продатих лубеница првог дана. У првих 5 дана је продато $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10$, а у последња 4 дана $(n + 5) + (n + 6) + (n + 7) + (n + 8) = 4n + 26$ лубеница [**7 бодова**]. Према услову задатка, из $5n + 10 = 4n + 26$ се добија да је $n = 16$ [**7 бодова**]. Укупан број продатих лубеница је $16 + 17 + ... + 24 = 180$ [**6 бодова**].

5. Троугао чије се странице односе као 5 : 12 : 13 је правоугли, па се центар његовог описаног круга (чији је полупречник 10cm) налази у средишту хипотенузе. Дакле, хипотенуза троугла има дужину 20cm [**8 бодова**]. Ако катете означимо са x и y, имамо да је $5 : 13 = x : 20$ и $12 : 13 = y : 20$, па су дужине катета $x=\frac{100}{13}\text{cm}$ и $y=\frac{240}{13}\text{cm}$ [**8 бодова**], а површина троугла је $\frac{1}{2}\cdot\frac{100}{13}\cdot\frac{240}{13}\text{cm}^2=\frac{12000}{169}\text{cm}^2$ [**4 бода**].